Experimentell metodik

Storheter, mätetal och enheter

En fysikalisk storhet är en egenskap som kan mätas eller beräknas. En storhet är produkten av mätetal och enhet.

Exempel 1: Elektronens massa är $m = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg.

$$\underbrace{m}_{\text{storhets-beteckning}} = \underbrace{9{,}109 \times 10^{-31}}_{\text{mätetal}} \; \underbrace{\text{kg}}_{\text{enhets-beteckning}}$$

I vårt måttsystem (SI) finns 7 grundenheter. Se nedanstående tabell. De enheter som följer efter ett mätetal är ofta en kombination av flera grundenheter. En fysikalisk formel ger ett samband mellan storheter men samtidigt måste enheterna alltid vara lika i vänster och höger led (annars är formeln fel). Detta innebär att den kombination av grundenheter som finns i vänsterledet även måste förekomma i högerledet. Det är mest lämpligt att välja enheter som bygger på SI-systemets grundenheter.

Tabell 1 SI–systemets grundenheter. Ingen av de sju grundenheterna kan uttryckas med hjälp av någon eller några av de andra grundenheterna.

Storhet	**SI-enhet**	**Kortversion**
Längd	1 meter	1 m
Massa	1 kilogram	1 kg
Tid	1 sekund	1 s
Elektrisk ström	1 ampere	1 A
Temperatur	1 kelvin	1 K
Ljusstyrka	1 candela	1 cd
Substansmängd	1 mol	1 mol

Ett av fysikens mest kända samband är formeln

$$E = m \cdot c^2$$

där E är energin, m är massan och c är ljushastigheten i vakuum. I SI-systemet är enheten för högerledet 1 $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$. Enheten för vänsterledet är 1 J = 1 Nm = 1 $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ precis som väntat.

Om dimensionslösa storheter

Det är alltid av värde att göra en ”enhetskontroll” när man är färdig med en beräkning. På så sätt upptäcker man lätt eventuella fel i de samband man använt. Dessutom minskar sannolikheten för feltolkning av prefix och tiopotenser.

Fysikaliskt kan man också uttrycka detta som att vänster- och högerled ska ha samma dimension. Om vänsterledet i ett uttryck har dimensionen ”längd/tid” (= hastighet) så ska också högerledet ha det. Då båda leden uttrycks i SI-enheter medför en enhetskontroll att det står ”meter per sekund” såväl till höger som till vänster om likhetstecknet.

Det finns fysikaliska storheter som är *dimensionslösa*. Dessa uppträder när vi definierar en storhet som en kvot mellan två storheter med samma dimension. Låt oss ta ett exempel. Vinkeln θ definieras som kvoten mellan cirkelbågens längd s, och radien r enligt

$$\theta = \frac{s}{r}$$

Då både s och r har dimensionen ”längd” innebär detta att enheten för vinkel är ”m/m” dvs. 1. Men alla vet ju att vi kallar enheten för radianer. Vi sätter alltså ett namn efter mätetalet trots att det egentligen inte behövs, eftersom det inte representerar någon av fysikens grunddimensioner.

Eftersom cirkelns omkrets är $2\pi r$ blir

$$\theta_{\text{ett varv}} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$$

ett mått på hur stort ”ett varv” är. Vi säger att ett varv motsvarar 2π radianer.

Det finns fler dimensionslösa storheter som har en enhet. Titta t ex på uttrycket för ljudintensitetsnivå.

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

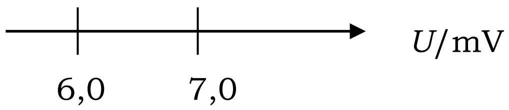
Här är I och I_0 två intensiteter (med SI-enheten 1 W/m^2). Kvoten blir förstås dimensionslös och enheten lika med 1. Det senare är, som vi strax ska se, nödvändigt för att vi ska kunna logaritmera.
Högerledet (och därmed vänsterledet) är alltså dimensionslöst. Trots detta uttrycker vi ljudintensitetsnivåer i ”1 decibel”, en ”enhet” som alltså bara ska betraktas som ett namn.

Allmänt om tabeller och diagram

För diagramritning finns ett antal regler som skall uppfyllas.

1. För att underlätta inritning av punkterna i ett diagram och för att underlätta avläsning ur diagrammet, så skall diagramskalorna väljas så att 1 cm motsvarar 1 eller 2 eller 5 (eller tiopotenser av 1 eller 2 eller 5). Exempelvis kan 1 cm på diagramaxeln motsvara 1 V, 2 V eller 5 V. På diagramaxlar och i tabeller skiljer vi storheten och enheten med ett bråkstreck enligt följande exempel där storheten exemplifieras med spänning *U*:

Diagramaxel:



Tabellhuvud:

***U*/mV**
6,0
7,0

Detta kan inte missförstås, ty $\frac{U}{\text{mV}} = 6{,}0$ innebär att $U = 6{,}0\ \text{mV}$.

2. Låt den linje eller den kurva du ritar uppfylla diagrammet på ett ”bra” sätt genom att göra avbrott på diagramaxlarna. Origo behöver inte alltid finnas med.

3. Markera mätpunkterna med ett ”plustecken” (+) eller med en ”ring” (o) och rita, i förekommande fall, in felgränserna.

4. Anslut en rät linje eller en så jämn kurva som möjligt till mätpunkterna. Använd **alltid** linjal.

5. Tänk på att använda ovanstående regler även när du använder ett grafritningsprogram i datorn.

6. Vid avläsning ur diagrammet skall du använda den inritade kurvan, eller räta linjen, som är en approximation av dina mätpunkter. **Använd aldrig mätvärdena för vidare beräkningar eftersom det försämrar noggrannheten.**

Olika typer av skalor i diagram

För att testa olika hypoteser om funktionssamband är det lämpligt att vid diagramritning välja variabler på axlarna, så att det förväntade sambandet blir en rät linje. I detta avsnitt beskrivs några sådana metoder.

Räta linjen

Räta linjens ekvation är $y = k \cdot x + m$, där k och m är konstanter. Grafen (y avsatt mot x) blir en rät linje med riktningskoefficient k. För att bestämma k för en rät linje i ett diagram behövs två punkter på den räta linjen, (x_1 ; y_1)

och $(x_2\,;\,y_2)$, vilket ger

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Därefter fås m ur den räta linjens ekvation eller som linjens skärning med y-axeln. Observera att derivatan av den räta linjens ekvation blir riktnings-koefficienten k.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(k \cdot x + m\right) = k$$

Om $m = 0$ så har vi $y = k \cdot x$ och vi säger att y är *proportionell mot x*. Vi skriver detta som $y \sim x$.

Omskrivning av funktionssamband
Då ett samband mellan två variabler inte är linjärt kan man i vissa fall välja nya variabler på diagramaxlarna så att mätpunkterna ändå följer en rät linje. Om t.ex. $y = 3 \cdot x^2$ kan man välja att sätta av y som funktion av x^2. Man får då en rät linje vars riktningskoefficient är 3. Ofta räcker det inte att välja nya variabler utan funktionssambandet måste först skrivas om. Följande exempel avser att illustrera metoden.

Exempel 2: Två fysikaliska storheter mäts och ger en uppsättning mätetal, z och r. Man vill testa hypotesen att

$$z = a + b \cdot r^m$$

där a, b och m är konstanter och m är känd. I diagram bör man då sätta av z som funktion av r^m dvs. z på ”y-axeln” och r^m på ”x-axeln”. Om hypotesen är riktig hamnar mätpunkterna på en rät linje i diagrammet. Vidare kan konstanterna a och b bestämmas med hjälp av diagrammet. a är skärningen med y-axeln (värdet på z då r^m är lika med noll) och b är linjens riktningskoefficient.

Exempel 3: Två fysikaliska storheter mäts och ger en uppsättning mätetal, z och r. Man vill testa hypotesen att

$$z = \frac{a}{r} + b \cdot r$$

där a och b är konstanter och $r \neq 0$. Sambandet kan skrivas om som

$$z \cdot r = a + b \cdot r^2 .$$

I diagram bör man då sätta av $z \cdot r$ som funktion av r^2 dvs. $z \cdot r$ på ”y-axeln” och r^2 på ”x-axeln”. Om hypotesen är riktig ger detta en rät linje i diagrammet och konstanterna a och b fås enligt

$$b = \frac{(z \cdot r)_2 - (z \cdot r)_1}{r_2^2 - r_1^2}$$

och t ex gäller att

$$a = (z \cdot r)_2 - b \cdot r_2^2 .$$

där index 1 respektive 2 refererar till två punkter som har lästs av på den räta linjen i diagrammet.

Omskrivning av $z = a \cdot r^b$. Alla samband mellan två uppsättningar mätetal som kan skrivas på formen

$$z = a \cdot r^b,$$

där a och b är konstanter, ger en rät linje i ett diagram där log z sätts av som funktion av log r. Logaritmering av sambandet ger

$$\underbrace{\log z}_{y} = \underbrace{b}_{k} \times \underbrace{\log r}_{x} + \underbrace{\log a}_{m}$$

Jämför med räta linjens ekvation:

$$y = k \times x + m$$

Konstanten b fås som riktningskoefficienten enligt

$$b = \frac{\log z_2 - \log z_1}{\log r_2 - \log r_1}$$

Konstanten a bestäms genom att man väljer en punkt på den räta linjen (log r_1 ; log z_1). Eftersom b är känd så fås a ur

$$\log z_1 = b \cdot \log r_1 + \log a \quad \text{eller} \quad z_1 = a \times r_1^b$$

Det är viktigt att poängtera att z och r representerar *mätetal.* Vi kan alltså bara logaritmera något som är dimensionslöst, har enheten 1. Logaritmerade mätetal ska i en tabell redovisas med ett tabellhuvud enligt modellen ”log(storhet/enhet)”, t. ex. log(U/mV). På samma sätt markeras diagramaxlar då vi avsätter logaritmerade mätetal i ett diagram. Detta kan aldrig missförstås eftersom storhet/enhet = mätetal.

Omskrivning av $z = a \cdot e^{b \cdot r}$. Alla samband mellan två uppsättningar mätetal som kan skrivas på formen $z = a \cdot e^{b \cdot r}$ där a och b är konstanter, ger en rät linje i ett diagram där log z sätts av som funktion av r. (Basen e kan ersättas med vilken bas som helst).

Logaritmering av sambandet ger

$$\underbrace{\log z}_{y} = \underbrace{(b \cdot \log e)}_{k} \cdot \underbrace{r}_{x} + \underbrace{\log a}_{m}$$

Jämför med räta linjens ekvation:

(b · log e) fås som riktningskoefficienten enligt

$$b \cdot \log e = \frac{\log z_2 - \log z_1}{r_2 - r_1}$$

Konstanten a bestäms genom att man väljer en punkt på den räta linjen och läser av (r_1 ; log z_1). Eftersom b är känd så erhålls a ur

$$\log z_1 = (b \cdot \log e) \cdot r_1 + \log a \quad \text{eller} \quad z_1 = a \cdot e^{b \cdot r_1}$$

Anmärkning: Enklast blir logaritmeringen ovan om man väljer basen e, eftersom ln e = 1.

Exempel 4: Två fysikaliska storheter mäts och ger en uppsättning mätetal z och r. Man vill testa hypotesen att

$$z = a \cdot e^{b/r}$$

där a och b är konstanter. Logaritmering ger

$$\ln z = \ln a + b \cdot \frac{1}{r}$$

I diagram bör man sätta av ln z som funktion av r^{-1}. Riktningskoefficienten b fås som

$$b = \frac{\ln z_2 - \ln z_1}{\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}}$$

och konstanten a fås genom insättning i funktionssambandet

$$a = \frac{z_1}{e^{b/r_1}}$$

Exempel 5: Sambandet mellan två fysikaliska storheter mäts och ger en uppsättning mätetal z och r. Resultatet blir

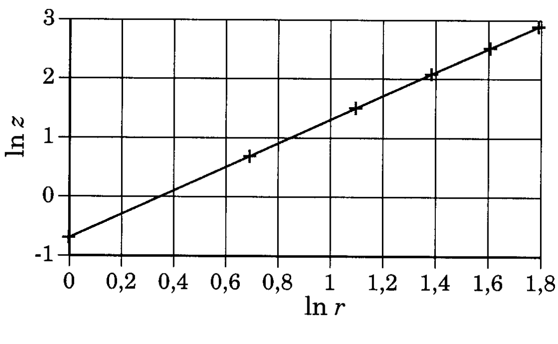
r	*z*
1,0	0,5
2,0	2,0
3,0	4,5
4,0	8,0
5,0	12,5
6,0	18,0

Bestäm sambandet mellan z och r.

Lösning: Att sambandet inte är linjärt syns direkt om z sätts av mot r. För att kunna dra slutsatser om sambandet måste vi få en rät linje i ett diagram och provar därför att logaritmera mätvärdena. Utöka tabellen med kolumner för ln r och ln z.

r	*z*	**ln *r***	**ln *z***
1,0	0,5	0,000	-0,693
2,0	2,0	0,693	0,693
3,0	4,5	1,099	1,504
4,0	8,0	1,386	2,079
5,0	12,5	1,609	2,526
6,0	18,0	1,792	2,890

Avsätt ln z som funktion av ln r i ett diagram på vanligt mm-papper. Se figur 1.



Figur 1 ln z avsatt mot ln r ger en rät linje, vilket visar att sambandet är $z = a{\cdot}r^b$.

Punkterna ligger på en rät linje vilket innebär att sambandet är av typen

$$z = a \cdot r^b$$

där a och b är konstanter. Logaritmering ger

$$\ln z = b \cdot \ln r + \ln a.$$

Jämför med $y = k \cdot x + m$. Avläsning på linjen ger oss två punkter t ex

(1,80 ; 2,90) och (0,00 ; -0,69). Riktningskoefficienten *b* blir då

$$b = \frac{\ln z_2 - \ln z_1}{\ln r_2 - \ln r_1} = \frac{2{,}90 - (-0{,}69)}{1{,}80 - 0} = 1{,}99 \approx 2$$

och *a* erhålls genom insättning

$$\ln a = \ln z_2 - b \cdot \ln r_2 = 2{,}90 - 2 \cdot 1{,}80 = -0{,}70 \Rightarrow a = 0{,}50$$

Svar: Det sökta sambandet är $z = 0{,}5 \cdot r^2$.

Om diagramritning på dator

I ovanstående exempel har vi förutsatt att diagrammen ritas för hand (på mm-papper). Om antalet mätvärden inte är alltför stort, är detta ofta enkelt och effektivt. Med hjälp av en räknare går det snabbt att plocka fram ekvationen för den räta linje som bäst ansluter till mätpunkterna. Detta blir oftast bättre än när ögat ska avgöra linjens lutning.

Vill man använda datorn för att rita diagram, gäller det att vara uppmärksam på hur datorn hanterar skalor och mätvärden. Program som Matlab fungerar bra, eftersom du med några enkla kommandon själv styr hur inprickning av mätpunkter och eventuell anpassning av räta linjer ska se ut. Problemet med Matlab är att erhålla grafiskt tilltalande diagram (som också är formellt korrekta). Att rita diagram i Excel är vanskligt. Programmet är varken anpassat för naturvetenskapliga eller matematiska behov, och mycket kan därför bli helt fel.

Enhetsanalys

Enhetsanalys är i första hand ett nyttigt verktyg för att *kontrollera samband.* Enheterna i vänsterledet och högerledet i ett fysikaliskt samband måste alltid vara lika annars är sambandet fel. Det kan ofta vara en bra kontroll efter man gjort omskrivningar av ett fysikaliskt uttryck.

Enhetsanalys kan också användas för att *hitta samband mellan storheter.* Då ser arbetsgången ut så här:

1. Välj ut de fysikaliska storheter som kan tänkas ingå i sambandet.
2. Gör en ansats om hur sambandet ser ut.
3. Gör en enhetsanalys med hjälp av SI-systemets grundenheter.
4. Gör mätningar.

När man letar samband med hjälp av enhetsanalys måste man alltså först göra en ansats som man sen testar. Man vet inte på förhand om ansatsen är riktig eller inte. Det är därför inte ovanligt att man måste göra om stegen 1-4 flera gånger innan man till sist hittar sambandet.

Produktansats

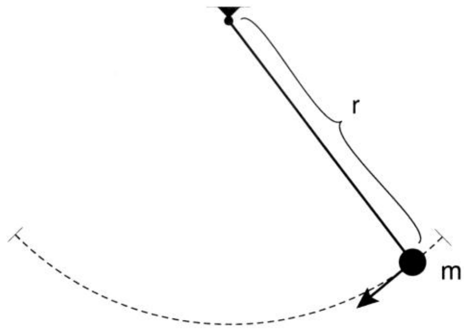
Det allmänna uttrycket för en produkt – där u beror av a, b och c är

$$u = k \cdot a^x \cdot b^y \cdot c^z$$

där k är en dimensionslös konstant och x, y och z är obekanta som skall bestämmas så att vänsterledet och högerledet får samma enhet.

Exempel 6 Man vill bestämma svängningstiden för en liten kula som är upphängd i ett snöre (en s k plan pendel). Se figuren.

Om problemet skall lösas med hjälp av dimensionsanalys börjar vi med att göra ett antagande. Vi "gissar" att svängningstiden T beror på snörets längd r, kulans massa m och tyngdaccelerationen g. Vi gör sen en tabell med storheter, beteckningar och SI-enheter.



Storhet	**Beteckning**	**SI-enhet**
Svängningstid	T	1 s
Snörets längd	r	1 m
Kulans massa	m	1 kg
Tyngdaccelerationen	g	$1\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

Som en första hypotes kan vi pröva med en produktansats. Det ger sambandet

$$T = k \cdot r^x \cdot m^y \cdot g^z$$

där k är en dimensionslös konstant. Med hjälp av enheterna ger det

$$1\ \mathrm{s} = 1 \cdot \mathrm{m}^x \cdot \mathrm{kg}^y \cdot \mathrm{m}^z \cdot \mathrm{s}^{-2z}$$

Eftersom tre enheter ingår och likheten skall gälla för var ger det upphov till tre ekvationer:

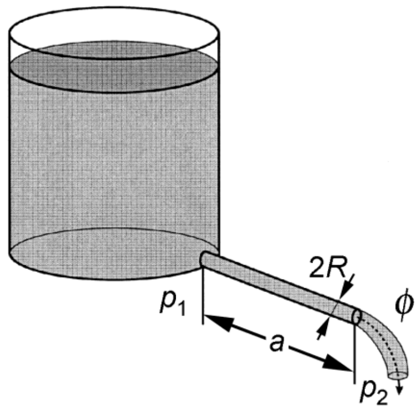
s:	$\mathrm{s}^1 = \mathrm{s}^{-2z}$	$1 = -2z$
kg:	$1 = \mathrm{kg}^0 = \mathrm{kg}^y$	$0 = y$
m:	$\mathrm{m}^0 = \mathrm{m}^x \mathrm{m}^z$	$0 = x + z$

Ekvationssystemet har lösningen $x = 0{,}5$, $y = 0$ och $z = -0{,}5$. Lägg märke till att exponenten y blev noll på grund av att det bara fanns en storhet som innehöll dimensionen massa. Enhetsanalysen ger således uttrycket

$$T = k \cdot r^{0,5} \cdot m^0 \cdot g^{-0,5} = k\sqrt{\frac{r}{g}}$$

Detta uttryck måste testas genom mätningar. Det bästa sättet att göra detta är att låta alla storheter variera och i ett diagram studera T för olika värden på $\sqrt{r/g}$. Är hypotesen riktig ger diagrammet en rät linje som passerar origo. Den enhetslösa konstanten k bestäms då av den räta linjens riktningskoefficient. Bestämning av denna ger att k är 6,3. Teoretiskt kan man visa att $k = 2\cdot\pi$.

Exempel 7. Vätskan i en behållare skall tömmas ut genom ett smalt horisontellt rör. Se figuren. Sök ett uttryck för flödet (transporterad volym per tidsenhet) genom röret.



Vi börjar med att skriva ner vilka storheter som vi tror påverkar flödet genom röret.

Storhet	Beteckning	Enhet
Flöde	ϕ	1 $m^3 \cdot s^{-1}$
Tryckskillnad	$p_1 - p_2$	1 $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
Rörets längd	a	1 m
Rörets radie	R	1 m
Viskositet	η	1 $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$

Vi försöker med en produktansats som får följande utseende

$$\phi = k \cdot (p_1 - p_2)^x \cdot a^y \cdot R^z \cdot \eta^u$$

där k är en dimensionslös konstant. Skrivet med hjälp av enheter ger det

$$1\ \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-1} = 1\ \mathrm{kg}^x \cdot \mathrm{m}^{-x} \cdot \mathrm{s}^{-2x} \cdot \mathrm{m}^y \cdot \mathrm{m}^z \cdot \mathrm{kg}^u \cdot \mathrm{m}^{-u} \cdot \mathrm{s}^{-u}$$

Eftersom det ingår tre enheter (kg, m och s) får vi tre ekvationer.

s: $-1 = -2x - u$
kg: $0 = x + u$
m: $3 = -x + y + z - u$

Ekvationssystemet har lösningen

$x = 1$
$z = 3 - y$
$u = -1$

Eftersom det ingick fyra obekanta och tre enheter går det inte att lösa ut alla obekanta. Nästa steg blir att göra en mätserie där exempelvis flödet ϕ mäts för olika värden på rörlängden a. En sådan mätserie visar att

$$\phi = \text{konstant} \cdot a^{-1,0}$$

Således är $y = -1$ (och $z = 4$) och uttrycket kan skrivas

$$\phi = k \cdot \left(p_1 - p_2 \right)^1 \cdot a^{-1} \cdot R^4 \cdot \eta^{-1} = k \frac{(p_1 - p_2)}{a\eta} R^4$$

För att testa sambandet görs en mätserie där alla storheter varieras. I ett diagram ritas ϕ för olika värden på $(p_1 - p_2) \cdot a^{-1} \cdot R^4 \cdot \eta^{-1}$. Eftersom vi får en rät linje i diagrammet verkar vårt antagande (produktansatsen) vara rätt. Ur diagrammet får vi att konstanten k blir ungefär 0,39. Med en teoretisk härledning kan man visa att $k = \pi / 8$.

Svängande stavar och fjädrar

Vid den här laborationen ska du, med hjälp av en serie enkla experiment, bestämma vilka faktorer som påverkar svängningstiden för en balk eller en fjäder. *Målet* är att finna ett allmängiltigt analytiskt uttryck för respektive svängningstid. *Meningen* med laborationen är det systematiska arbetet som leder fram till målet. Att man ibland kommer på avvägar är en del av det experimentella arbetet.

Du får tillgång till enkel mätutrustning och ett antal balkar respektive fjädrar. För att kunna lösa uppgiften behövs dock inte bara mätdata, utan också arbete med dimensionsanalys, linjärisering av samband och diagramritning.

Förberedelser

Läs om *experimentell metodik* i avsnittet som kallas Labintroduktion.
Lös sedan uppgifterna nedan. Fullständiga, renskrivna lösningar lämnas vid laborationens början till handledaren.

1. Vid tillverkning av julgranskulor blåses varm luft in i en plastmassa på samma sätt som när man blåser såpbubblor. Plasten stelnar i sin sfäriska form när kulans radie fått en viss storlek. Övertrycket (p) hos luften bestämmer kulans radie (r) enligt tabellen.

p/Pa	980	544	326	241	204	160
r/m	0,050	0,090	0,15	0,20	0,24	0,30

a) Ansätt ett samband av typen $p = a \cdot r^b$. Vad ska avsättas på diagramaxlarna för att du ska få en rät linje?
b) Rita ett diagram i vilket mätpunkterna ligger på en rät linje, och bestäm ur diagrammet funktionssambandet mellan p och r.

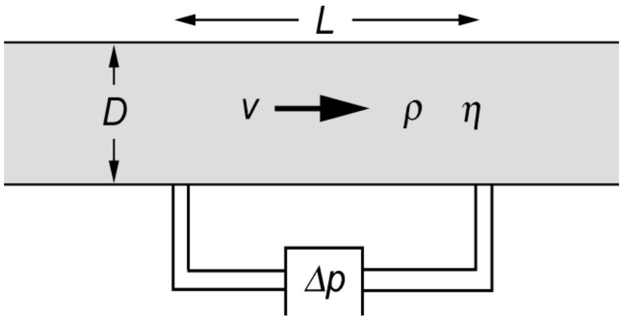
Svar: a) $\lg p$ som funktion av $\lg r$ (eller $\ln p$ som funktion av $\ln r$). **b)** $p = a \cdot r^{-1}$ och a = 49 N/m.

2. Ljudhastigheten i en stav beror på stavens densitet ρ och dess elasticitetsmodul E (enhet 1 N/m²)*. Bestäm via produktansats hur sambandet för ljudhastigheten ser ut.

Svar: $v = \text{konst}\sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$

* $\dfrac{1}{E} = \dfrac{1}{L} \times \dfrac{dL}{dP} = \dfrac{dL}{L} \times \dfrac{1}{dP}$ som tolkas som ”relativ längdändring per tryckändring”.

3. När en vätska strömmar *laminärt* (utan virvelbildning) genom ett rör kan man härleda ett uttryck för hur tryckfallet per längdenhet ändras i röret. Sambandet som kallas Poiseuilles lag fungerar inte alls när strömningen blir *turbulent*. Då krävs både dimensionsanalys (med rätt ansats) och en del experimenterande för att få fram ett samband. Låt oss anta att tryckfallet per längdenhet ($\Delta p/L$) bara beror på rörets diameter (D), strömningshastigheten (v), vätskans densitet (ρ) och dess viskositet (η).



Figur 1 I ett rör med turbulent strömning vill man bestämma hur tryckfallet per längdenhet beror på olika storheter.

a) Gör en produktansats och ställ upp de ekvationer som enheterna ger upphov till. Hur många obekanta får du och hur många ekvationer? Ledning: Viskositet har enheten 1 Pa·s = 1 Ns/m^2.
b) Det behövs alltså experiment för att bestämma en av de obekanta, dvs en exponent för någon av variablerna. Om man mäter tryckfallet per längdenhet och varierar bara en av storheterna D, v, ρ eller η (och håller de andra konstanta) kan man med ett lämpligt diagram bestämma *en* exponent. Strunta för ett ögonblick i vad som är experimentellt möjligt och berätta vilken exponent som du vill bestämma först.
c) Genom att använda samma vätska och samma rördiameter och bara variera strömningshastigheten kan man visa att

$$\frac{\Delta p}{L} = \mathrm{konst}_2 \cdot v^{7/4}$$

Visa nu hur tryckfallet per längdenhet beror på de fyra variablerna i ansatsen.
d) Till sist, hur bestämmer man konstanten i uttrycket?

Svar: c) $\dfrac{\Delta p}{L} = \mathrm{konst}_1 \cdot \rho^{3/4} \cdot v^{7/4} \cdot D^{-5/4} \cdot \eta^{1/4}$

d) För fullständighetens skull: Sambandet kallas Blasius formel och konstanten har värdet $\mathrm{konst}_1 = 0{,}1582$.

Utförande

Du ska under laborationen arbeta med *en* av följande uppgifter. Inled gärna med att tillsammans diskutera vilka faktorer som möjligen påverkar svängningstiden. Lägg sedan upp en strategi för hur ni så systematiskt som möjligt ska genomföra undersökningen. Gör produktansatser och genomför dimensionsanalyser, ta upp mätdata och rita diagram! Du inser snart att man, hur systematisk man än är, inte alltid kan ändra bara en variabel åt gången. Detta är i realiteten snarare en regel än ett undantag!
Laborationen avslutas med att du i *ett* diagram, på lämpligt sätt, avsätter svängningstiden T som funktion av samtliga variabler så att dimensionslösa konstanter kan bestämmas.

Uppgift 1 Svängande stavar

En stav som är fastspänd i ena änden sätts i svängning. Din uppgift är att undersöka vilka faktorer som påverkar stavens svängningstid. Uppgiften är löst när du redovisat ett analytiskt uttryck som gäller för en godtycklig fastspänd svängande stav. I redogörelsen ska ingå ett diagram i vilket svängningstiden är avsatt som funktion av samtliga ingående variabler.

Utrustning Bänk för fastspänning av stavar, tidmätningssystem, måttband, skjutmått samt stavar av följande material och med följande ungefärliga mått:

Järn, bredd×tjocklek	Aluminium, bredd×tjocklek	Mässing, bredd×tjocklek
25 mm × 5 mm	30 mm × 5 mm	40 mm × 8 mm
14 mm × 3 mm		
40 mm × 8 mm		
40 mm × 6 mm		
30 mm × 5 mm		
25 mm × 6 mm		
25 mm × 3 mm		
25 mm × 8 mm		

Uppgift 2 Svängande fjädrar

En i övre änden fastspänd fjäder belastas med en vikt och sätts i svängning. Din uppgift är att undersöka vilka olika faktorer som påverkar svängningstiden. Uppgiften är löst när du redovisat ett analytiskt uttryck som gäller för en godtycklig fjäder med godtycklig belastning. I redogörelsen ska ingå ett diagram i vilket svängningstiden är avsatt som funktion av samtliga ingående variabler.

Utrustning: Stativ för upphängning av fjäder, tidmätningssystem, skjutmått, vikter (0,50 kg och 1,00 kg), upphängningsanordning för vikterna (denna väger 0,50 kg) samt fjädrar av stål med följande ungefärliga data:

Fjäderdiameter/mm	Tråddiameter/mm	Antal varv
35	3	13
60	3	7
60	3	7
35	4	14
40	4	10
50	4	15
60	4	12
60	5	9
60	5	9
60	5	12
60	5	17
60	6	16