

Kretsprocesser

Förberedelser

Under laborationen ska du jobba med en Stirlingmotor och en värmepump. Båda finns beskrivna lägre fram i texten men först ska du läsa genom de avsnitt i kurslitteraturen som behandlar kretsprocesser.

Läs i i "Statistisk Termodynamik" kapitel 4 om värmemaskiner.

Läs därefter genom laborationsinstruktionen fram till det ställe där utförandedelen börjar.

Gör följande uppgifter

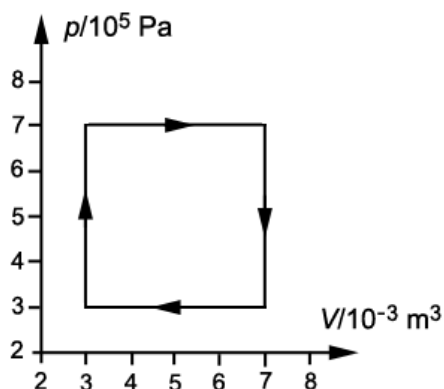
Varje laborant ska vid laborationens början lämna renskrivna lösningar till handledaren för kontroll.

1. I en kretsprocess för en värmemotor representeras nettoarbetet under ett varv av den inneslutna arean i ett pV -diagram. En motor genomlöper en "fyrkantig kretsprocess" enligt diagrammet i figuren till höger.

a) Vilken enhet har $p \cdot V$?

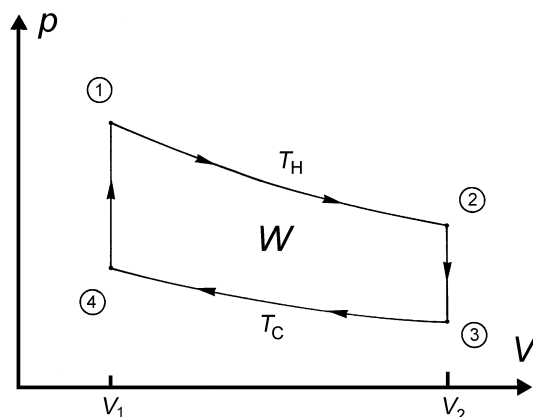
b) Hur stort arbete uträttar motorn under ett varv i kretsprocessen?

c) Vilken effekt avger motorn om det tar 0,20 s för kretsprocessen att genomlöpa ett varv?



Svar: b) 1,6 kJ c) 8,0 kW

2. I figuren till höger visas ett schematiskt pV -diagram för en Stirlingmotor. Rita av diagrammet och markera var värme tillförs och avges under kretsprocessen. Under vilken del av kretsprocessen tar regeneratoren upp respektive avger värme? Tänk på att diagrammet visar tillståndet hos arbetsgasen.



3. Den högsta teoretiska verkningsgraden η för en motor är

$$\eta = \frac{T_H - T_C}{T_H}$$

där T_H är den högsta och T_C den

lägsta temperaturen under kretsprocessen. I en testbil med en Stirlingmotor är den högsta temperaturen under kretsprocessen 700°C och den lägsta temperaturen 100°C . Beräkna den högsta möjliga verkningsgraden.

Svar: 61,7 %

4. För en värmepump definieras värmefaktorn V_f som kvoten mellan den energi som avges från den varma sidan Q_{ut} och den energi W som måste tillföras motorn (kompressorn) som driver kretsprocessen. Man kan visa att den högsta teoretiska värmefaktorn för en värmepump ges av

$$V_f = \frac{T_H}{T_H - T_C}$$

där T_H är den högsta och T_C den lägsta temperaturen under kretsprocessen. En värmepump som tar värme från utomhusluften har en praktisk värmefaktor som är hälften av det teoretiskt högsta värdet. Beräkna värmepumpens praktiska värmefaktor för följande två fall.

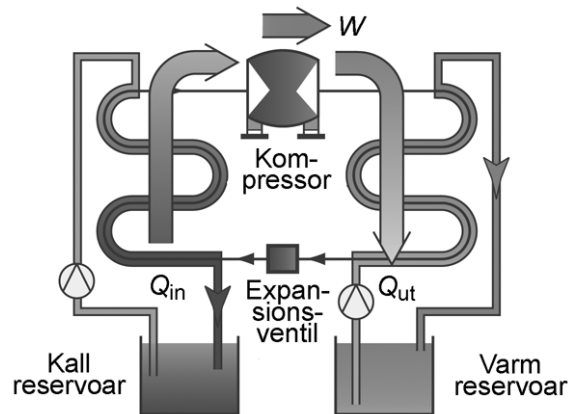
a) Uteluftens temperatur är -20°C och värmepumpen lämnar varmvatten med temperaturen 50°C .

b) Uteluftens temperatur är 0°C och värmepumpen lämnar varmvatten med temperaturen 40°C .

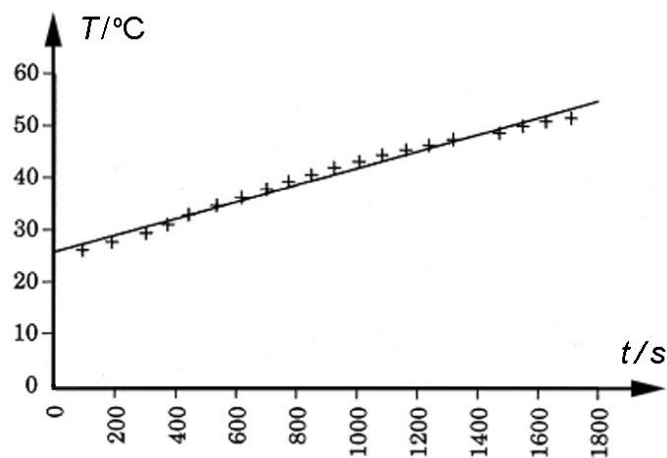
Svar: a) 2,3 b) 3,9

5. I en demonstrationsvärmepump, enligt figur 1, tas värme Q_{in} , från en "kall reservoar" som innehåller 10 liter vatten-glykolblandning. Värme Q_{ut} , avges till en "varm reservoar" som innehåller 10 liter vatten. Q_{in} är den värmemängd som man normalt tar "gratis" från en lämplig reservoar och Q_{ut} är den nyttiga värmemängd som vi normalt använder till uppvärmning. Kompressorn tillför arbetet W , som vi betalar för via elräkningen.

a) Temperaturen i den varma reservoaren höjdes $25,8^{\circ}\text{C}$ på tiden 1616 s. Hur stor medeleffekt har lämnats till den varma reservoaren?



Figur 1. En schematisk bild av en värmepump. De viktigaste delarna är kompressor, expansionsventil, kall och varm reservoar.



Figur 2. Temperaturens variation med tiden i den varma reservoaren.

b) Diagrammet i figur 2 visar hur temperaturen i den varma reservoaren, varierar med tiden t . Mätningen började då värmepumpen startades. För enkelhetens skull anpassar vi en rät linje till mätpunkterna med hjälp av minsta kvadratmetoden. Det ger

$$T = \alpha t + b$$

där $\alpha = 0,0163^\circ\text{C/s}$ och $b = 25,7^\circ\text{C}$. Vi har då en approximation till hur temperaturen varierar med tiden i den "varma reservoaren" när temperaturen ökar från runt 26°C till 52°C . Kompressorns effekt approximeras till att vara konstant 158 W under mättiden. Beräkna värmefaktorn V_f för värmepumpen då temperaturen varierar enligt ovan. Du ska få lite hjälp på vägen. Värmefaktorn kan momentant definieras som

$$V_f \equiv \frac{dQ_{\text{ut}}}{dW}$$

Eftersom vi mäter effekter skriver vi om uttrycket som

$$V_f = \frac{dQ_{\text{ut}}}{dW} = \frac{dQ_{\text{ut}}}{dt} \cdot \frac{dt}{dW} = \frac{P_{\text{ut}}}{P_{\text{komp}}}$$

där P_{ut} är avgiven effekt i den varma behållaren och P_{komp} är kompressorns effekt. Med hjälp av kedjeregeln kan vi skriva

$$P_{\text{ut}} = \frac{dQ_{\text{ut}}}{dt} = \frac{dQ_{\text{ut}}}{dT} \cdot \frac{dT}{dt}$$

Till sist kan du utnyttja att vattnets värmekapacitet kan skrivas

$$\frac{dQ_{\text{ut}}}{dT} = mc$$

där m är massan och c den specifika värmekapaciteten.

Svar: a) 0,67 kW b) 4,3

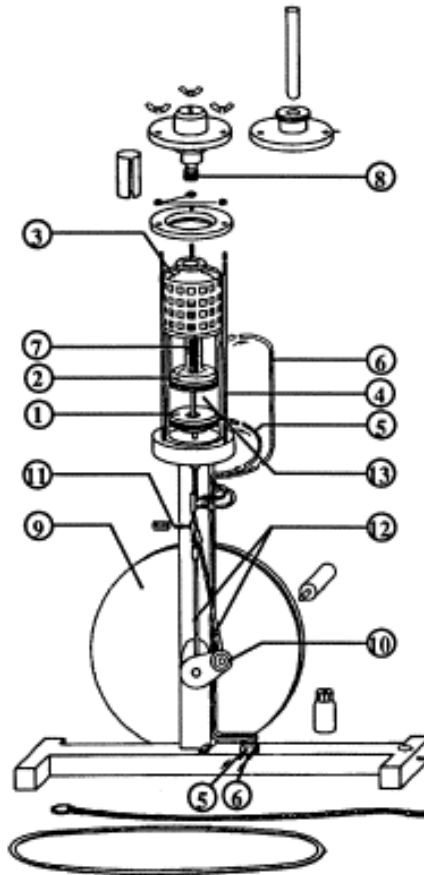
Stirlingmotorn

Genom åren har det utvecklats flera Stirlingmotorer i undervisningssyfte. Det finns t ex en solstirlingmotor som är försedd med en parabolspiegel. Se figur 3. Laborationens Stirlingmotor är åskådligt gjord med en cylinder av glas så att man kan se de olika delarna. Se figur 4. Motorn har två kolvar, en *arbetskolv* och en *förflyttningsskolv*, som löper i samma cylinder. Arbetskolven ändrar gasens tryck och volym i cylindern genom att komprimera eller expandera gasen. Förflyttningsskolvens rörelser ändrar inte cylinderns volym utan förflyttar bara gasen fram och tillbaka mellan det varma och det kalla området. Då förflyttningsskolven t ex rör sig uppåt i cylindern flyttas gasen från den övre till den nedre volymen. Gasen passerar då genom ett hål i kolvens mitt som innehåller *regeneratoren*. Regeneratoren består av kopparull som har till uppgift att mellanlagra värme då gasen passerar åt ena eller andra hållet.



Figur 3 En Stirlingmotor försedd med en parabolspiegel som fokuserar solljus på motorns yttersta del.

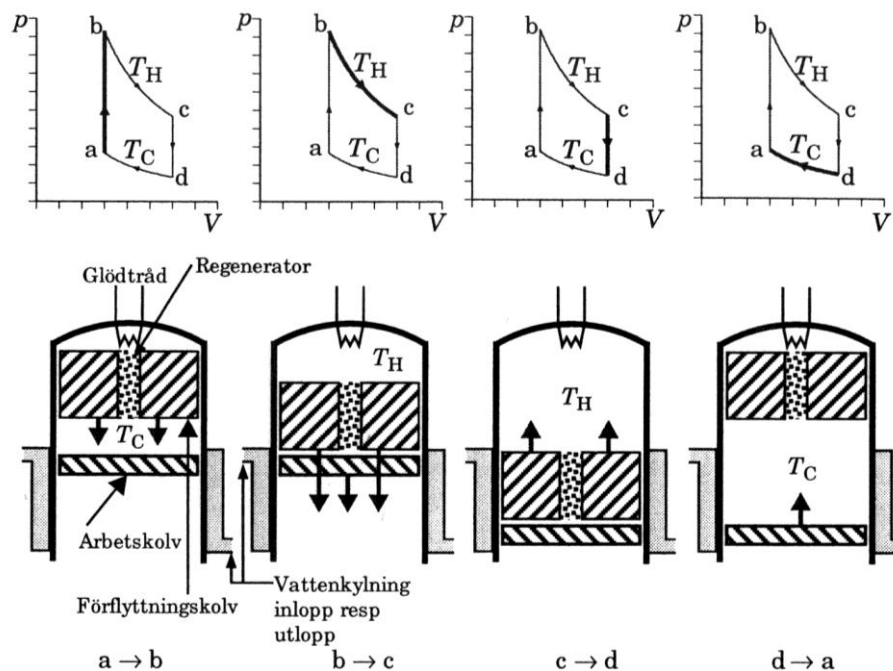
1. Arbetskolv
2. Förflyttningsskolv
3. Varna utrymmet
4. Kylmantel
5. Kylvatteninlopp
6. Kylvattenutlopp
7. Regenerator (kopparull)
8. Värmspiral
9. Svänghjul
10. Vevstakslager
11. Till pV -indikator
12. Kolvstänger
13. Kalla utrymmet



Figur 4. Den Stirlingmotor som du ska använda under laborationen.

Figur 5 visar de fyra delprocesser som ingår i stirlingcykeln. Förutsatt att regeneratoren fungerar perfekt kan dess arbetssätt beskrivas på följande sätt. Då gasen passerar regeneratoren från motorns övre varma del, värms regeneratoren upp och gasen kyls av. Gasen kommer då till motorns nedre del kyld till temperaturen T_C . Då gasen passerar regeneratoren från motorns nedre kalla del, kyls regeneratoren av och gasen värms upp. Det medför att gasen kommer till motorns övre del uppvärmd till temperaturen T_H .

Borttransporten av värme från motorns nedre del sker med hjälp av kylvattnet från en kran. Om vi låter flödet vara tillräckligt stort kommer kylvattnets temperatur T_C att vara konstant oavsett variationer hos den borttransporterade effekten. Det betyder att vi har en kall *värmereservoar*. Vi kan då anta att gasen i motorns nedre del får samma temperatur T_C som kylvattnet.



Figur 5. Stirlingmotorns funktion. Diagrammet ovanför respektive bild visar vilken tillståndsändring som bilden avser att visa. Bilden visar startläget för tillståndsändringen och pilarna visar hur kolvarna skall röra sig för att komma till tillståndsändringens slutläge. T_H och T_C visar figurerna ovanför $a \rightarrow b$ kolvarnas lägen i tillståndet a och pilarna visar hur kolvarna skall röra sig för att komma till tillstånd b. Se även tabellen nedan.

Tabell 1. Sammanfattning av tillståndsändringarna.

| Tillståndsändring | Gasens temperatur | Gasens volym | Arbetskolv | Förflyttningskolv |
|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------------|-------------------------|
| $a \rightarrow b$ | Ökar | Konstant och liten | Stilla i övre vändläget | Uppifrån och ner |
| $b \rightarrow c$ | Konstant och hög | Ökar | Uppifrån och nedåt | Fortsätter nedåt |
| $c \rightarrow d$ | Minskar | Konstant och stor | Stilla i nedre vändläget | Nerifrån och upp |
| $d \rightarrow a$ | Konstant och låg | Minskar | Nerifrån och upp | Stilla i övre vändläget |

I motorns övre volym tillförs elektrisk energi via ett värmelement*. En ökning av den tillförda elektriska effekten resulterar i en högre temperatur T_H vilket i sin tur ger upphov till ett större nyttigt arbete.

* Tänk på att det är en demonstrationsmaskin. Med elektrisk energi kan man ju driva en elmotor med betydligt högre verkningsgrad än en Stirlingmotor.

När Stirlingmotorn varit igång en stund har temperaturen T_H stabiliserats och vi har fått ett stationärt tillstånd. Motorn hålls då igång genom att värme tillförs till den övre delen av motorn (så att expansionen sker isotermt) och värme bortförs från den nedre delen av motorn (så att kompressionen sker isotermt). Arbetet som gasen uträttar under den isoterma expansionen används dels till att uträtta nyttigt arbete (från maskinans användarens synpunkt) och dels till att lagra rörelseenergi hos ett *svänghjul*. Se figur 4. Dessutom försvinner en del energi genom t ex friktion och strålningsförluster men det bortser vi ifrån.

Det arbete som tillförs gasen under den isoterma kompressionen tas från svänghjulet (som därmed förlorar rörelseenergi). Nettoarbetet för processen blir skillnaden mellan det av gasen uträttade arbetet (under den isoterma expansionen) och det till gasen tillförda arbetet (under den isoterma kompressionen). I den schematiska beskrivningen i figur 5 är det bara en kolv åt gången som rör sig. I praktiken blir det bara en approximation eftersom den mekaniska konstruktionen gör att båda kolvarna rör sig (mer eller mindre) samtidigt.

pV-indikatorn

Arbetskolvens läge är ett mått på den inneslutna luftens volym. På laborationens Stirlingmotor överförs arbetskolvens rörelse via ett snöre och några hävarmar till en spegel som vrids i sidled. Spegeln belyses med en laser och reflexen syns på en skärm. När volymen ändras rör sig laserfläcken horisontellt över skärmen. Trycket kan mätas genom att spegelupphängningen via en slang är ansluten till luften i motorn. Tryckändringar i motorn tvingar spegeln att röra sig kring en horisontell axel så att laserfläcken flyttas i vertikalled. På skärmen syns alltså ett *pV*-diagram över kretsprocessen.

Värmepump

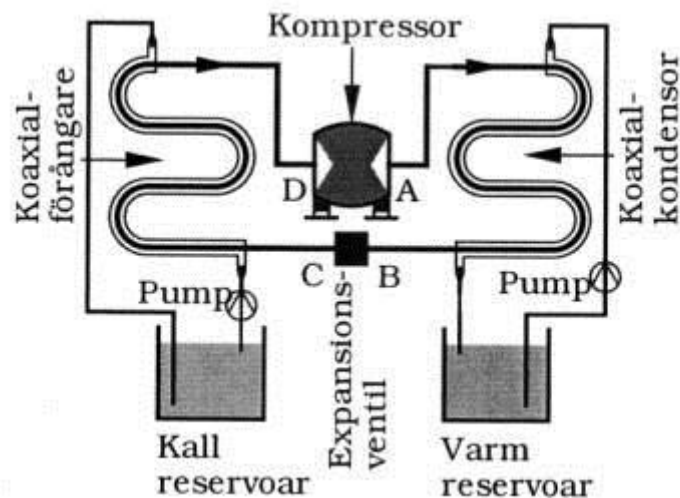
En värmepump, precis som en kylmaskin, överför värme från ett kallare område till ett varmare område. För en värmepump är vi intresserade av den värmemängd (Q_{ut}) som kan avges vid den varma temperaturen, medan vi för en kylanläggning är intresserade av den värmemängd (Q_{in}) som tas upp från det kalla området. I en värmepump eller en kylmaskin utnyttjar man fasövergångar i ett *köldmedium*. I institutionens värmepumpar är det tetrafluoretan* som medför att vi får kokning och kondensering vid lämpliga temperaturer och rimliga tryck.

I en praktisk värmepump tar man värme från en sjö, från marken eller från

* Tetrafluoretan har den kemiska formeln $C_2H_2F_4$ och som köldmedium brukar det betecknas R134a.

uteluften, och låter detta förångare köldmediet i förångaren. I kondensorn kondenseras köldmediet varvid det omgivande vattnet upptar värme, som kan användas för att t.ex. värma upp ett hus. När förhållandena väl stabiliserats kommer kretsprocessens högsta och lägsta temperatur (T_H respektive T_C) att vara konstanta.

Laborationens värmepump har s.k. koaxialförångare och koaxialkondensator (se figur 6). Både koaxialförångare och koaxialkondensator består av ett inre rör (böjt som en spiral) i vilket köldmediet strömmar. Runt om detta rör finns ett grövre rör i vilket en glykol-vattenblandning (eller bara vatten) strömmar.



Figur 6. Värmepumpsanläggning med koaxialförångare och koaxialkondensator.

Kretsloppet enligt figur 6

Process D → A: Köldmedium i gasfas vid lågt tryck och låg temperatur komprimeras adiabatiskt (nästan) av kompressorn till högt tryck (≈ 12 atm) och hög temperatur ($\approx 70^\circ\text{C}$).

Process A → B: I kondensorn kyls gasformigt köldmedium av vatten som leds genom kondensorn. Köldmediet övergår då från gasfas till vätskefas. Den värmemängd, som frigörs vid denna fasövergång, tas upp av vattnet, som kommer uppvärmt ut ur kondensorn.

Process B → C: Expansionsventilen fungerar huvudsakligen som en mekanisk strypventil. Köldmediumets tryck, och därmed temperatur minskar kraftigt vid passagen av expansionsventilen.

Process C → D: I förångaren övergår köldmediet från vätskefas till gasfas. Kokningen är möjlig genom att köldmediet tar upp värme från en glykol-vattenblandning, som leds genom förångaren.

Värmefaktorn V_f (godhetstalet för en värmepump) definieras som

$$V_f \equiv \frac{Q_{\text{ut}}}{W}$$

För en ideal kretsprocess (t.ex. Stirlingprocessen, om regeneratoren fungerar idealt) kan man visa att

$$V_f = \frac{T_H}{T_H - T_C}$$

där T_H och T_C är temperaturerna i de båda värmereservoarerna. På laborationen har vi två 10 liters spannar med vatten, som får representera de båda temperaturreservoarerna. Med så små volymer kommer temperaturen att ändras med tiden. Eftersom värmepumpen tar värme från den ena spannen och lämnar värme till den andra kommer temperaturen (T_C) att sjunka i den första spannen och temperaturen (T_H) att stiga i den andra. När temperaturerna ändras med tiden varierar även värmefaktorn. Se sambandet ovan. Vi kan skriva den momentana värmefaktorn som

$$V_f \equiv \frac{dQ_{\text{ut}}}{dW} = \frac{dQ_{\text{ut}}}{dt} \cdot \frac{dt}{dW} = \frac{P_{\text{ut}}}{P_{\text{in}}}$$

där P_{ut} är den *värmeeffekt* som överförs till den varma behållaren och P_{in} är den *elektriska effekt* som kompressorn använder.

Utförande

Uppgift 1: Undersökning av Stirlingmotorn

Dra sakta runt motorns svänghjul för hand (åt rätt håll) och övertyga dig om hur de fyra tillståndändringarna kommer till stånd. Fundera över hur energiutbytet med omgivningen går till för de olika tillståndändringarna.

Uppgift 2: Stirlingmotorns verkningsgrad

Bestäm Stirlingmotorns verkningsgrad då den används som värmemotor. Tänk först ut vilka storheter som måste mätas för att, dels uträttat arbete och dels tillförd energi, skall kunna beräknas. Utför därefter mätningarna.

OBS. Stirlingmotorn är ömtålig (och dyr). Den får inte startas utan handledarens medverkan!

Uppgift 3: Stirlingprocessen som kylskåp eller värmepump



Figur 7 Svänghjulet på Stirlingmotorn kan drivas runt av en elektrisk motor. Varje gång kretsprocessen genomlöps tar arbetsgasen upp värme som sedan antingen avges till kylvattnet eller till den del där termometern sitter.

Handledaren kommer att visa hur man kan köra en Stirlingmaskin med hjälp av ett yttre arbete. Motorn dras runt med en drivrem från en annan motor. Vattenkylningen, är som vanligt i maskinens nedre del men glödtråden är ersatt med en termometer. Se figur 7.

a) Stirlingmotorns drivhjul dras runt åt samma håll som det roterade när motorn kördes som värmemotor. Rita kretsprocessen schematiskt i ett pV -diagram och markera den isoterm som bestäms av kylvattnets temperatur T_{kyl} . Ange kretsprocessens omloppsriktning och var arbetsgasen tar upp respektive avger värme. Vad brukar en maskin av denna typ kallas?

b) Riktningen på den drivande motorn vänds, så att Stirlingmotorns svänghjul dras runt åt andra hållet. Rita åter kretsprocessen schematiskt i ett pV -diagram och markera den isoterm som bestäms av kylvattnets temperatur T_{kyl} . Ange kretsprocessens omloppsriktning och var arbetsgasen tar upp respektive avger värme. Vilken typ av maskin har vi nu?

Uppgift 4a: Fasövergångar i värmepumpen

Temperaturerna i den varma- respektive kalla behållaren (T_H , T_C) samt den tillförda elektriska energin (W) ska registreras av datainsamlingsprogrammet DataStudio. Du ska till att börja med koppla in en räknare (Ingång 1) som registrerar antal "energipaket" som levereras till kompressorn och två termometrar (ingång A och B) som registrerar temperaturerna. Ett lämpligt samplingsintervall är 10 s. Se till att alla mätdata löpande visas i en tabell. Klicka och dra från "data" till "display". Handledaren hjälper dig!

Starta värmepumpen och datainsamlingssystemet och samla data i 20 minuter. Leta upp alla tryck- och temperaturmätare som finns installerade på värmepumpen. Mät vid två tidpunkter (lämpligen i början och i slutet av mätserien) tryck och temperatur på alla ställen där det finns mätare installerade. Observera att de avlästa trycken är *övertryck*. För att värmepumpen

ska fungera tillfredsställande krävs det att fasövergångarna sker där de ska. Studera detta genom att föra in alla mätpunkterna i det färdigtryckta pT -diagrammet som du får av handledaren. Markera var fasövergångarna sker.



Uppgift 4b: Värmepumpens värmefaktor som funktion av tiden

Figur 8. Laborationens värmepumpsanläggning med inkopplat mätsystem.

Ta upp en mätserie med T_H , T_C och W under ca 20 minuter. När datainsamlingen är färdig sparas resultaten på en fil och analyseras med hjälp av DataStudio. (För dig som behärskar Matlab är det också möjligt att göra analysen av data med hjälp av att du själv skriver några rutiner i det programmet.)

Börja med att låta programmet rita temperaturerna T_H och T_C som funktion av tiden. (Metodiken är hela tiden "klicka och dra" data till Display, Graph etc. Se till att datapunkterna inte är sammanbundna i graferna!) Du ska sedan illustrera hur den tillförda energin ökar med tiden. Avsätt kompressorns totala förbrukade energi som funktion av tiden. Varje "energisläpp" motsvarar 4,5 kJ och i grafen ska du alltså addera dessa släpp.

Du ska nu beräkna den experimentella värmefaktorn i början och i slutet av mätserien. För att göra det måste du komma åt effekterna P_{ut} respektive P_{in} , dvs tidsderivatorna av Q_H och W . Gör detta genom att anpassa räta linjer dels till grafen som illustrerar W som funktion av tiden, dels i början och slutet av grafen som illustrerar Q_H som funktion av tiden.

För att mer i detalj studera hur värmefaktorn ändrar sig med tiden kan man också anpassa ett polynom (av högre grad än 1) till $Q_H(t)$ och sedan låta programmet derivera denna funktion och plotta dQ_H/dt som funktion av t . Detta är betydligt snabbare än att grafiskt försöka bestämma fler derivator. Genom funktionsanpassningen utjämnar man dessutom de experimentella osäkerheterna.

Varför ändras värmefaktorn med tiden? Vad betyder det att den praktiska värmefaktorn är lika med ett? Vad betyder det när den teoretiska värmefaktorn närmar sig ett?