

Övningsuppgifter

- 1 Betrakta en ”låda” enligt texten som är uppdelad i $2 \times 2 = 4$ rutor. En atom befinner sig i lådan. Beräkna entropin! Man placerar en till atom av ett annat grundämne i lådan. Vad blir entropin nu? Vad blir entropin om den andra atom är av samma grundämne som den första?



Ledning: Betrakta enbart entropins volymsberoende.

- 2 Två olika gaser befinner sig i en behållare med en skiljevägg. Gas A som innehåller N_A partiklar befinner sig till vänster om denna vägg och uppfyller en tredjedel av hela behållarens volym. I den andra delen som således upptar $2/3$ av hela volymen befinner sig gas B som innehåller N_B antal partiklar. Mellanväggen tas bort så gaserna blandas. Vad blir den totala entropiändringen i denna process?
- 3 Betrakta samma system av tre kvantbrunnar som exemplet på sid 24. Hur många tillstånd finns det där systemets energi är 2ε ? Vad är entropin för detta tillstånd och för tillståndet med energi = 0 dvs systemets grundtillstånd.
- 4 Matematikrepetition: Differentialen av en funktion av två variabler ges enligt matematiken av $df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$. Om man betraktar små förändringar i variabelvärdena gäller approximativt att $\Delta f = \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y$ (*) där som vanligt Δx betyder en ändlig ändring av x -variabeln. En funktion ges av uttrycket $f(x, y) = x^2y + xy^3$. Bestäm Δf om (x, y) ändras från (1, 2) till (1.01, 1.98). Jämför detta exakta värde med det approximativa värdet du får genom att använda formeln *.
- 5 I vissa sammanhang, speciellt kemi, är det praktiskt att införa storheten G , Gibbs fria energi, genom sambandet $G = U - TS + PV$.

Härled ett uttryck för dG . Beräkna en Maxwellrelation!

- 6 * Du lägger en isbit från kylen (temperatur -18°C) i en skål på köksbordet. Isbiten väger 1 kg och kökets temperatur är 22°C . Betrakta processen där isen smälter och smältvattnet sedan värms till kökets temperatur.
 - a Beräkna entropiändringen för is och smältvatten i denna process.
 - b Bestäm entropiändringen för det totala system där även köket ingår. Stämmer resultatet med det faktum att det är en irreversibel process?

- 7 * En process genomgår en cyklisk kretsprocess vilket innebär att den efter en cykel är tillbaka i ursprungstillståndet. Vad är entropiändringen, ΔS , för en cykel om a: Alla delprocesser är reversibla och b: Om vissa delprocesser är irreversibla.
- 8 Gå tillbaka till uppgift 8 i kapitel 2.
- a Avgör utan att göra detaljerade beräkningar om entropiändringen i systemet är positivt, noll eller negativt för de olika delprocesserna.
- b Hur ändras entropin i omgivningen i dessa processer?

Facit

- 1 En partikel, $S = k \ln 4$, två olika partiklar, $S = k \ln 16$ och två lika: $S = k \ln 10$.
- 2 $\Delta S_{total} = N_A k \ln 3 + N_B k \ln 3/2$.
- 3 6 tillstånd. Entropin blir $k \ln 6$. Det finns bara ett grundtillstånd – alltså är entropin i detta fall = 0.
- 4 Med 2 decimalers noggrannhet får man -0.14 i bägge fallen.
- 5 $dG = -SdT + VdP + \mu dN$. Tex $-\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_{T,N} = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{P,N}$.
- 6 a 1.67 kJ/K, b 0.12 kJ/K – som väntat positiv
- 7 I både a och b gäller att $\Delta S = 0$.
- 8 $\Delta S > 0$ i process A och B. För processerna C och D gäller att $\Delta S < 0$.
- Alla dessa processer är reversibla - alltså har omgivningens entropiändring motsatt tecken.

Lösningar till markerade uppgifter

6 a Processen då isen värms: $\Delta S = \int_{255}^{273} \frac{m \cdot c_{is}}{T} dT = 1 \cdot 1.84 \cdot \ln \frac{273}{255} = 0.13 \text{ kJ/K}$

Isen smälter: $\Delta S = \frac{mL}{T} = \frac{1 \cdot 333}{273} = 1.22 \text{ kJ/K}$

Smältvattnet värms: $\Delta S = \int_{273}^{295} \frac{m \cdot c_{vatten}}{T} dT = 1 \cdot 4.18 \cdot \ln \frac{295}{273} = 0.32 \text{ kJ/K}$

Systemets (is + vatten) entropiökningen = 1.67 kJ/K

b I de tre delprocesserna har köket lämnat följande värmemängd:

$$Q = -1 \cdot 1.84 \cdot 18 - 1 \cdot 333 - 1 \cdot 4.18 \cdot 22 = -458 \text{ kJ}$$

Kökets entropiändring blir $\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{-458}{295} = -1.55 \text{ kJ/K}$

Den totala entropiändringen blir $1.67 - 1.55 = 0.12 \text{ kJ/K}$

7 En cyklisk kretsprocess innebär att systemet efter en cykel är tillbaka i precis samma tillstånd som det startade i. Alla termodynamiska storheter har då samma värden som vid cykelns start. Speciellt är $\Delta S = 0$. Detta gäller oberoende av om det finns irreversibla delprocesser.