

Övningsuppgifter kapitel 7

- 1 * Härled Wiens förskjutningslag genom att utgå från Plancks strålningslag.
- 2 Betrakta bilden på solstrålningens våglängdsberoende på sid 82. Använd Wiens förskjutningslag för att bestämma solytans temperatur.
- 3 *Man håller på att konstruera en satellit som ska snurra runt jorden. Konstruktörerna ställs inför problemet att hålla temperaturen vid rätt nivå. En argumenterar; vi polerar den blank så att den reflekterar strålningen – då måste uppvärmningen minska. En annan hävdar att man ska måla den svart för då strålar den ut mest värmestrålning. Har det någon betydelse vilken färg satelliten har? Gör en jämförande beräkning av temperaturen där den blanka har en utstrålning i alla våglängder som är 10% av den svarta kroppens, medan satelliten i det svarta fallet kan betraktas som en helt svart kropp. Satelliten har formen av ett klot med radien R .

I en senare diskussion säger en av konstruktörerna: Tänk om vi skulle måla satelliten med en selektiv färg som ger ”omvänd växthuseffekt”? Vad tror du hon menar med det? Skriv kort hur det skulle fungera!
- 4 En kommunikationssatellit kretsar kring jorden. För att försörja satelliten med elenergi används solpaneler i form av plattor där ena sidan alltid är vänd mot solen. För sidan som är vänd mot solen gäller att: 10% av solstrålningen blir elenergi, 60% reflekteras medan 30% absorberas. Baksidan är målad svart och kan anses utgöra en svart kropp. Vad blir solpanelens temperatur?
- 5 Varför målar folket som bor i ökenområden sina hus vita?

Facit

- 1 Se lösningen
- 2 Våglängdsmaximum vid 500 nm ger temperaturen 5800 K.
- 3 Temperaturen blir samma efter målningen.
Man bör ha en färg som reflekterar kortvågig strålning dvs synligt ljus men som är transparent för infraröd strålning.
- 4 273 K
- 5 På dagen värms huset av solstrålningen – då vill man att så mycket som möjligt av denna strålning reflekteras. Endast den bråkdel av strålningen som absorberas värmer huset. På natten kyls huset främst genom utstrålning. Genom att huset absorberar lite strålning så är det även en dålig utstrålare – huset avkyls långsamt. Genom att måla huset vitt så varierar inte husets temperatur så mycket. En förutsättning är att färgen har samma egenskaper i det infraröda området.

Lösningar

1 Plancks strålningslag:

$$I(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{8\pi}{h^3c^3} \frac{\varepsilon^3}{\exp\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right) - 1} d\varepsilon$$

För att byta variabler måste vi göra som vid variabelbyte i integraler dvs $I(\varepsilon)d\varepsilon = I(\lambda) \left| \frac{d\varepsilon}{d\lambda} \right| d\lambda$. Det gäller att $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$ och att $\frac{d\varepsilon}{d\lambda} = -\frac{hc}{\lambda^2}$. Kombinerar vi ihop detta så får vi:

$$I(\lambda) = C \frac{1}{\lambda^5 \left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1 \right)}$$

C är en konstant vars värde är oviktig i det följande resonemanget. För att bestämma max av $I(\lambda)$ deriverar vi och får efter lite förenklingar

$$\frac{dI}{d\lambda} = \frac{C}{\lambda^6 \left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1 \right)^2} \left(\frac{hc}{\lambda kT} \exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) + 5 - 5 \exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) \right)$$

Sätter vi $x = \frac{hc}{\lambda kT}$ så blir derivatan = 0 när ekvationen

$$xe^x + 5 - 5e^x = 0$$

har en lösning. Kalla den lösning för x_0 (Det finns en trivial lösning, nämligen $x = 0$. x_0 är den lösning som är $\neq 0$). Då gäller att

$$\frac{hc}{\lambda kT} = x_0$$

vid maximum vilket direkt ger Wiens förskjutningslag.

2 En kropp som vid alla våglängder följer en bråkdel av Stefan-Boltzmanns lag kallas för grå. För en sådan gäller att

$$P = cA\sigma T^4.$$

Där c är en konstant med $0 < c < 1$. För satellitens strålningsbalans gäller att

$$c\pi r^2 P_0 = cA\pi r^2 \sigma T^4$$

P_0 betecknar solarkonstanten och r satellitens radie. Eftersom c kan förkortas bort i denna formel så är temperaturen oberoende av färgen så länge den är grå.