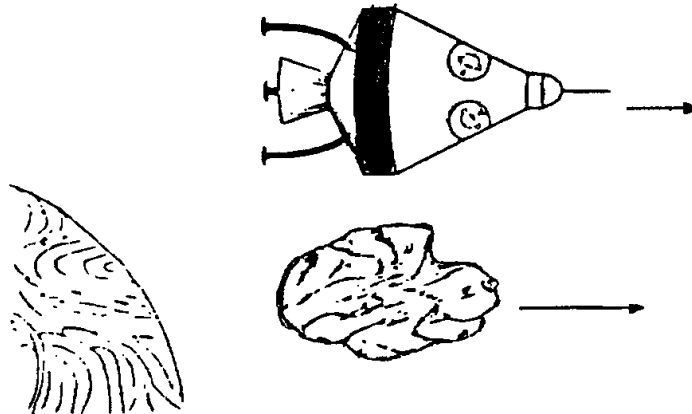


TENTAMEN I RELATIVITETSTEORI

1996-01-08 kl 14–18

Hjälpmedel: Tabell och räknedosa.

1. En stav med vilolängden l_0 rör sig med hastigheten u längs x -axeln i systemet S . Beskriv kortfattat någon metod för att mäta dess längd i S . Utnyttja Lorentztransformationen för att bestämma denna längd (längdkontraktion).
2. En radarsignal från en stationär sändare skickas mot en bil i rörelse varvid frekvensändringen hos den reflekterade signalen kan användas som ett mått på bilens hastighet. Om radarsändaren har frekvensen 2455 MHz, vilken frekvensändring mäter man för den reflekterade strålen om en bil närmar sig med hastigheten 130 km/h. I bilens system blir frekvensen oförändrad vid reflektion.



3. Figuren visar en meteorit som passerar ett rymdskepp. Besättningen i rymdskeppet mäter meteoritens energi och rörelsemängd till 10^{17} J respektive 10^8 kgm/s. Rymdskeppets hastighet relativt jorden är $2 \cdot 10^8$ m/s. Vad är meteoritens energi och rörelsemängd i ett jordfast system? (Vi antar att det jordfasta systemet är ett inertialsystem).
4. En partikels vilomassa är m_0 . När den ligger stilla utsänder den en foton varvid dess vilomassa reduceras till $\frac{1}{2}m_0$. Bestäm fotonens energi och partikelns hastighet efter reaktionen (recoilhastigheten!).
5. I ett område i rummet finns både ett konstant elektriskt och ett konstant magnetiskt fält som bildar rät vinkel med varandra. Man har valt ett koordinatsystem så att $\mathbf{E} = E\mathbf{e}_y$ och $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$ ($E/B < c$). En partikel (vilomassa m_0 och laddning q) släppes från vila. Partikelns rörelse blir relativt komplicerad: Först accelereras den av det elektriska fältet

för att sedan när den fått upp farten avböjas av det magnetiska fältet. Det finns däremot ett annat system där det elektriska fältet försvinner varvid partikelns rörelse är enkel.

- (a) Ange detta system
- (b) Beskriv partikelns rörelse i detta system.

Den elektromagnetiska fälttensorn ges av:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & B_z & -B_y & -i\frac{E_x}{c} \\ -B_z & 0 & B_x & -i\frac{E_y}{c} \\ B_y & -B_x & 0 & -i\frac{E_z}{c} \\ i\frac{E_x}{c} & i\frac{E_y}{c} & i\frac{E_z}{c} & 0 \end{bmatrix}$$

RELATIVITETSTEORI

2004-08-20 kl 8–13

Hjälpmedel: Räknedosa och TEFYMA (eller motsvarande) samt kompletterande formelblad.

1. Problem på allmän relativitetsteori som inte kommer att ges på årets tenta.
2. För den avlägsna galaxen HCM 6A har man uppmätt en rödförskjutning på 6.56. Med vilken hastighet avlägsnar sig galaxen från oss? Rödförskjutningen ges av förhållandet λ/λ_0 , där λ är den observerade våglängden för en viss spektrallinje och λ_0 är våglängden för samma spektrallinje i galaxens system.
3. Två ljuspulser rör sig längs positiva x -axeln i inertialsystem S . Avståndet mellan dem är d . Inertialsystemet S' rör sig med hastigheten u relativt S (standardkonfiguration). Vilket är avståndet mellan ljuspulserna mätt i S' ?
4. En myon bildas på höjden $h = 1.2$ km ovanför jordytan och infaller vinkelrätt mot denna.
 - a) Bestäm vilken hastighet myonen måste ha för att precis nå jordytan innan den sönderfaller. Myonens livstid i vila är $\tau = 2.0 \cdot 10^{-6}$ s.
 - b) Hur stor del av myonens energi utgörs av kinetisk energi? Försumma den potentiella energin relativt jordytan.
5. En väteatom i vila absorberar en foton med våglängden 1215.7 Å. Med vilken hastighet rör sig väteatomen efter det att fotonen absorberats? Ändras väteatomens vilomassa vid absorptionen? Om så är fallet, beräkna förändringen. Den ursprungliga väteatomens vilomassa (m_0c^2) är 938 MeV.
6. *Obs att Detta problem bygger på kap. 5 i kompendiet som inte ingår i årets kurs!*
Lorentztransformationen kan skrivas på formen

$$\underline{\mathbf{x}}' = V \underline{\mathbf{x}},$$

där $\underline{\mathbf{x}}'$ och $\underline{\mathbf{x}}$ är fyrvektorer och $V \in SO(3,1)$. Skriv ner ett explicit uttryck för V samt visa att de nödvändiga gruppergenskaperna är uppfyllda.

Relativitetsteori — Tentamen

Lördagen, 12 mars 2005, klockan 14:00–19:00

hjälpmedel: formelsamling, till exempel TEFYMA

ej tillåtet: kompendium, gamla tentamina, dator

Dessa hjälpmedel gäller också för tentan 2006

LYCKA TILL !!!

1. Två punkthändelser E_1 och E_2 mäts i två olika inertialsystem. I systemet S med koordinater x, t mäts avståndet Δx och tidsintervallet Δt mellan E_1 och E_2 . I systemet S' med koordinater x', t' mäts avståndet $\Delta x'$ och tidsintervallet $\Delta t'$. Beräkna den relativa hastigheten u mellan S och S' . Är den matematiska lösningen alltid fysikaliskt meningsfull?
2. Betrakta Comptoneffekten: en foton med vinkelfrekvens ω_0 träffar en elektron som befinner sig i vila i laboratoriesystemet S . I detta system S har elektronen efter stöten en rörelsemängd \mathbf{p} med belopp p och fotonen har vinkelfrekvens ω . Beräkna p som funktion av ω_0, ω och elektronens vilomassa m_0 .
3. *Obs att Detta problem bygger på kap. 5 i kompendiet som inte ingår i årets kurs!*
Vi betraktar ett system S med koordinater x, y, ct i rum-tiden. (För det följande räcker det att bortse från z -riktningen.) Vi konstruerar en övergång till ett nyt system S'' i två steg: vi inför först ett system S' genom att rotera planet (x, y) i S med en vinkel φ , så att x', y', ct är koordinaterna i S' . Därefter övergår vi från S' till S'' genom att utföra en lorentztransformation med hastighet u , det vill säga med rapiditet η , längs x' -axeln.

Konstruera båda transformationerna, $S \rightarrow S'$ och $S' \rightarrow S''$ och slutligen den sammanlagda transformationen $S \rightarrow S''$. Visa att kvadraten $\underline{\mathbf{a}}^2$ av en riktig fyr-vektor $\underline{\mathbf{a}}$ (vi bortser från z -riktningen) inte ändras.

Ledning: Observera att hastigheten u är längs x' -axeln i S' , inte längs x -axeln i S . — Dessutom spelar det ingen roll om du använder konventionen $\underline{\mathbf{x}} = (x, y, ct)$ eller $\underline{\mathbf{x}} = (x, y, ict)$, men du måste vara konsistent i dina räkningar. Om du föredrar konventionen $\underline{\mathbf{x}} = (x, y, ct)$, måste du arbeta med Minkowskimetriken g .

4. Äntligen har fysikern B tid att hälsa på sina kompisar i Klingonriket. Fastän detta ligger i en avlägsen galax, kan man anta att det finns ett gemensamt vilosystem för jorden och Klingonriket. Fysikern B säger farväl till sin kollega A , som stannar kvar på jorden, medan B tar ett rymdskepp och åker med hög hastighet v mot Klingonriket. Han tillbringar där en tid τ , innan han återvänder med hastighet $-v$ till jorden. Vid B 's ankomst visar A 's klocka egentiden τ_A .
- (a) Rita ett rum-tids diagram som beskriver resan sett från det gemensamma vilosystemet av jorden och Klingonriket.
 - (b) Beräkna egentiden τ_B som visas av B 's klocka. Diskutera resultatet. Varför är effekten inte ömsesidig?
 - (c) Rita ett schematiskt diagram som visar τ_A (under hela resan!) som funktion av τ_B , sett från B 's system.

Ledning: Tiderna som behövs för att accelerera och bromsa rymdskeppet kan försummas.

5. En ferrari kör allt för snabbt på motorvägen, en polisbil följer efter. I motorvägens vilosystem kör ferrarin med hastighet v , polisen med hastighet u . För att bestämma ferrarins hastighet använder polisen en radarpistol. Den utsänder en ljusstråle med frekvens ν (i polisbilens vilosystem) som reflekteras av ferrarin och återvänder till polisbilen, där frekvensen ν' mäts.

Beräkna denna ändrade frekvens ν' som funktion av u , v och ν .

Ledning: Polisen behöver ferrarins hastighet v i motorvägens vilosystem, men observera att mätningen utförs i polisbilens vilosystem. Vad är hastigheterna i detta system? — Räkna alltid relativistiskt!!! — Medan mätningen pågår kan hastigheterna betraktas som konstanta. — Ferrarin reflekterar ljuset som en ideal spegel, i dess vilosystem är frekvensen av det infallande och det reflekterande ljuset desamma. — Polisbilen har en speciell takometer som skriver ut dess egen hastighet u , precis när mätningen sker.