Kretsprocesser

1 Förberedelser

Denna laboration handlar om hur Stirlingmotorn och värmepumpen fungerar. Båda finns beskrivna längre fram i texten men först ska ni läsa genom de avsnitt i kurslitteraturen som behandlar kretsprocesser.

Läs kapitel 4 i "Statistisk termodynamik" (G. Ohlén) om värmemaskiner.

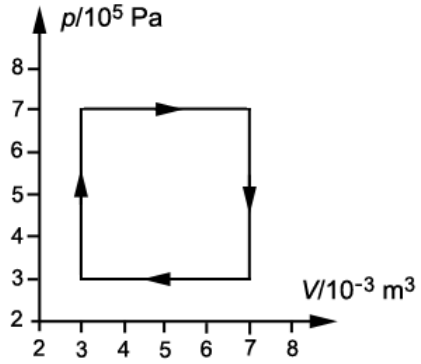
Följ sedan labinstruktionerna nedan.

1.1 Förberedande uppgifter

Gör följande uppgifter. Lösningarna till uppgifterna nedan inkluderar ni i laborationsrapporten (se även instruktionerna för laborationsrapporten på hemsidan).

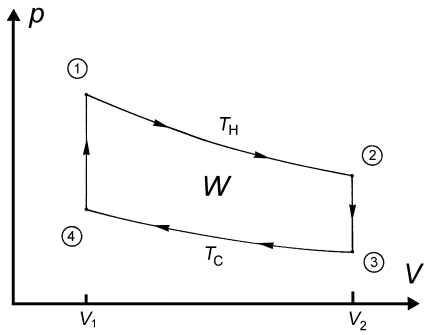
1. I en kretsprocess för en värmemotor representeras nettoarbetet under ett varv av den inneslutna arean i ett pV-diagram. En motor genomlöper en "fyrkantig kretsprocess" enligt diagrammet i figur 1.
a) Vilken enhet har $p \cdot V$?
b) Hur stort arbete uträttar motorn under ett varv i kretsprocessen?
c) Vilken effekt avger motorn om det tar 0,20 s för kretsprocessen att genomlöpa ett varv?

Svar: b) 1,6 kJ c) 8,0 kW



Figur 1:

2. I figur 2 visas ett schematiskt pV-diagram för en Stirlingmotor. Rita av diagrammet och markera var värme tillförs och avges under kretsprocessen. Under vilken del av kretsprocessen tar regeneratorn upp respektive avger värme? Tänk på att diagrammet visar tillståndet hos arbetsgasen.



Figur 2:

3. Den högsta teoretiska verkningsgraden η för en motor är

$$\eta = \frac{T_\mathrm{H} - T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H}}, \tag{1.1}$$

där T_H är den högsta och T_C den lägsta temperaturen under kretsprocessen. I en testbil med en Stirlingmotor är den högsta temperaturen under kretsprocessen 700°C och den lägsta temperaturen 100°C. Beräkna den högsta möjliga teoretiska verkningsgraden.

Svar: 61,7 %

4. För en värmepump definieras värmefaktorn V_f som kvoten mellan den energi som avges från den varma sidan Q_ut och den energi W som måste tillföras kompressorn som driver kretsprocessen. Man kan visa att den högsta teoretiska värmefaktorn för en värmepump ges av

$$\eta = \frac{T_\mathrm{H}}{T_\mathrm{H} - T_\mathrm{L}}, \tag{1.2}$$

där T_H är den högsta och T_C den lägsta temperaturen under kretsprocessen. En värmepump som tar värme från utomhusluften antas ha en praktisk värmefaktor som är ungefär hälften av det teoretiskt högsta värdet. Beräkna denna värmepumps praktiska värmefaktor för följande två fall.
a) Uteluftens temperatur är −20°C och värmepumpen lämnar varmvatten med temperaturen 50°C.
b) Uteluftens temperatur är 0°C och värmepumpen lämnar varmvatten med temperaturen 40°C.

Svar: a) 2,3 b) 3,9

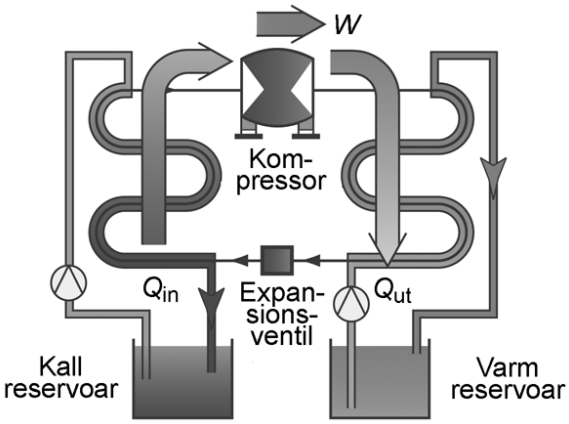
5. I en demonstrationsvärmepump enligt figur 3 tas värme Q_in från en ”kall reservoar” som innehåller 10 liter vatten-glykolblandning. Värme Q_ut, avges till en ”varm reservoar” som innehåller 10 liter vatten. Q_in är den värmemängd som man normalt tar ”gratis” från en lämplig reservoar och Q_ut är den nyttiga värmemängd som vi normalt använder till uppvärmning. Kompressorn tillför arbetet W, som vi betalar för via elräkningen.
a) Temperaturen i den varma reservoaren höjs $25,8$°C på tiden 1616 s. Hur stor medeleffekt har lämnats till den varma reservoaren?
b) Diagrammet i figur 4 visar hur temperaturen i den varma reservoaren, varierar med tiden t. Mätningen började då värmepumpen startades. För enkelhetens skull anpassar vi en rät linje till mätpunkterna med hjälp av minsta kvadratmetoden. Det ger

$$T = a \cdot t + b, \tag{1.3}$$

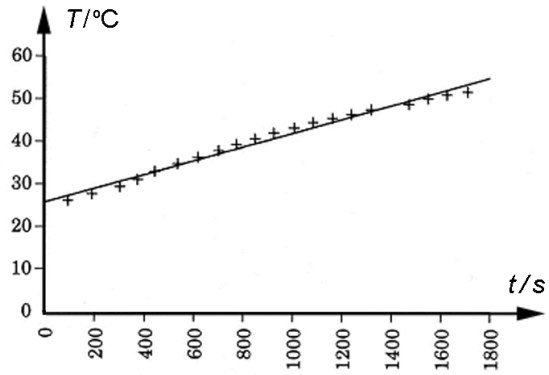
där $a = 0,0163°\mathrm{C/s}$ och $b = 25,7°\mathrm{C}$. Vi har då en approximation till hur temperaturen varierar med tiden i den ”varma reservoaren” när temperaturen ökar från runt 26°C till 52°C. Kompressorns effekt approximeras till att vara konstant 158 W under mättiden. Beräkna värmefaktorn V_f för värmepumpen då temperaturen varierar enligt ovan. Ni ska få lite hjälp på vägen. Värmefaktorn kan momentant definieras som

$$V_f = \frac{dQ_{\mathrm{ut}}}{dW}, \tag{1.4}$$

dvs. kvoten mellan den värme som avges till den varma reservoaren och den energi som tillförs kompressorn momentant.



Figur 3: En schematisk bild av en värmepump. De viktigaste delarna är kompressor, expansionsventil, kall och varm reservoar.



Figur 4: Temperaturens variation med tiden i den varma reservoaren.

Eftersom vi mäter effekter skriver vi om uttrycket som

$$V_f = \frac{dQ_{\mathrm{ut}}}{dW} = \frac{dQ_{\mathrm{ut}}}{dt}\frac{dt}{dW} = \frac{P_{\mathrm{ut}}}{P_{\mathrm{komp}}}, \tag{1.5}$$

där P_{ut} är avgiven effekt i den varma behållaren och P_{komp} är kompressorns effekt. Med hjälp av kedjeregeln kan vi skriva

$$P_{\mathrm{ut}} = \frac{dQ_{\mathrm{ut}}}{dt} = \frac{dQ_{\mathrm{ut}}}{dT}\frac{dT}{dt}. \tag{1.6}$$

Till sist kan man utnyttja att vattnets värmekapacitet kan skrivas

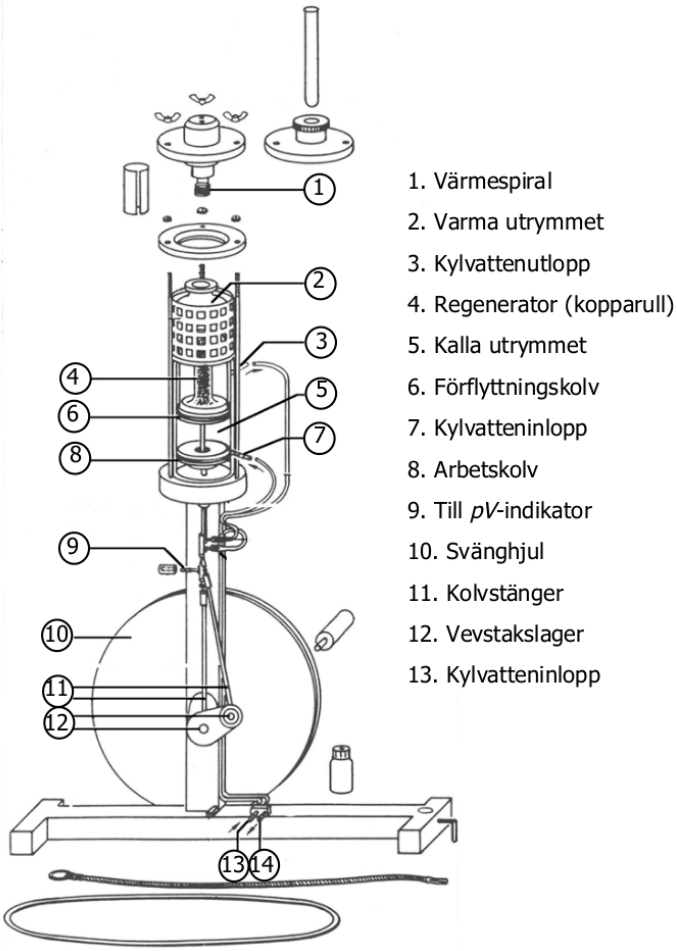
$$\frac{dQ_{\text{ut}}}{dT} = mc, \qquad \text{(Jämför med } Q_{\text{ut}} = mc\Delta T\text{)} \tag{1.7}$$

där m är massan och c den specifika värmekapaciteten.

Svar: a) 0,67 kW b) 4,3

2 Stirlingmotorn

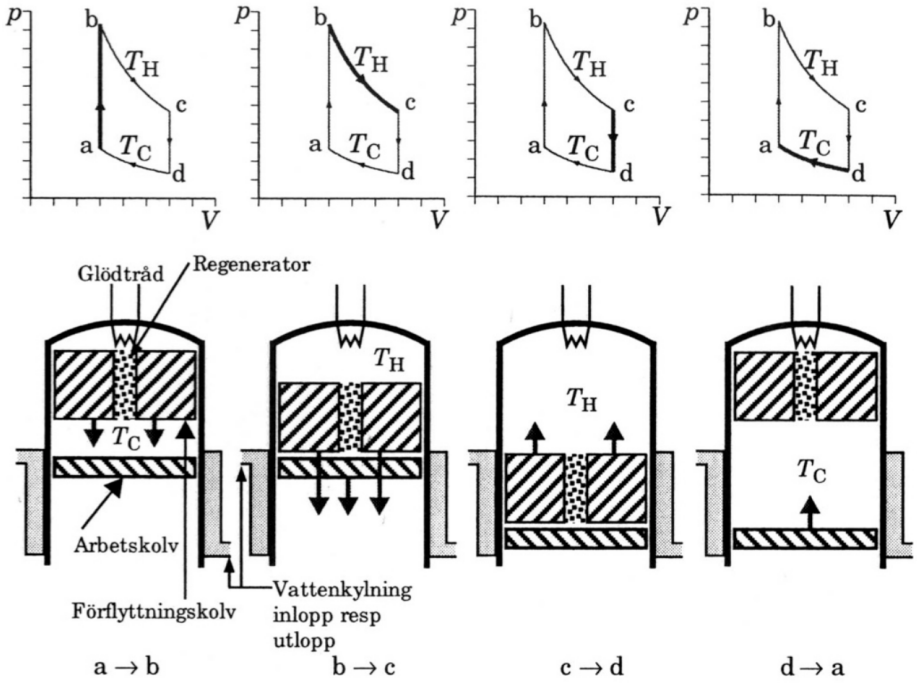
Genom åren har det utvecklats flera Stirlingmotorer i undervisningssyfte. Det finns t ex en solstirlingmotor som är försedd med en parabolspegel för att kunna drivas med solljus. Stirlingmotorn du ska arbeta med har en cylinder av glas så att man tydligt kan se de olika delarna, se figur 5. Motorn har två kolvar, en arbetskolv och en förflyttningskolv, som löper i samma cylinder. Arbetskolven ändrar gasens volym och tryck i cylindern genom att komprimera eller expandera gasen. Förflyttningskolvens rörelser ändrar inte cylinderns volym utan flyttar bara gasen fram och tillbaka mellan det varma och det kalla området. Då förflyttningskolven t ex rör sig uppåt i cylindern flyttas gasen från den övre till den nedre volymen. Gasen passerar då genom ett hål i kolvens mitt som omges av regeneratorn. Regeneratorn består av kopparull som har till uppgift att så effektivt som möjligt mellanlagra värme då gasen passerar åt ena eller andra hållet. Figur 6 nedan visar de fyra delprocesser som ingår i Stirlingcykeln. Förutsatt att regeneratorn fungerar perfekt kan dess arbetssätt beskrivas på följande sätt. När gasen passerar regeneratorn från motorns övre varma del, värms regeneratorn upp och gasen kyls av. Gasen kommer då till motorns nedre del kyld till en temperatur, T_{C}. Då gasen passerar regeneratorn från motorns nedre kalla del, kyls regeneratorn av och gasen värms upp. Det medför att gasen kommer till motorns övre del uppvärmd till en temperatur, T_{H}.



Figur 5: Den Stirlingmotor som du ska använda under laborationen.

I den nedre delen av motorn transporteras värme bort (under den isoterma kompressionen) med hjälp av kylvatten från en kran. Om vi låter flödet vara tillräckligt stort kommer kylvattnets temperatur T_{C} att vara konstant oavsett variationer hos den borttransporterade effekten. Det betyder att vi har en kall värmereservoar. Vi kan då anta att gasen i motorns nedre del hela tiden har samma temperatur T_{C} som kylvattnet. Observera att det bara är i en ideal maskin som gasen får samma temperatur T_{C} som kylvattnet.

I motorns övre volym tillförs elektrisk energi under den isoterma expansionen via ett värmeele-



Figur 6: Stirlingmotorns funktion. Diagrammet ovanför respektive bild visar vilken tillståndsändring som bilden avser att visa. Bilden visar startläget för tillståndsändringen och pilarna visar hur kolvarna skall röra sig för att komma till tillståndsändringens slutläge. T ex visar figuren ovanför $a \rightarrow b$ kolvarnas lägen i tillståndet a och pilarna visar hur kolvarna skall röra sig för att komma till tillstånd b. Se även tabell 1.

ment[1]. I en ideal maskin sker denna värmetillförsel vid den konstanta temperaturen T_{H}. En ökning av den tillförda elektriska effekten resulterar i att motorn arbetar vid en högre temperatur T_{H}, vilket i sin tur ger upphov till ett större nyttigt arbete (den inneslutna arean i pV-diagrammet ökar).

När Stirlingmotorn varit igång en stund har temperaturen T_{H} stabiliserats och vi har fått ett stationärt tillstånd. Motorn hålls då igång genom att värme tillförs den övre delen av motorn (så att expansionen sker isotermt) och värme bortförs från den nedre delen av motorn (så att kompressionen sker isotermt). Arbetet som gasen uträttar under den isoterma expansionen används dels till att uträtta nyttigt arbete (från maskinanvändarens synpunkt) och dels till att lagra rörelseenergi hos ett svänghjul. Se figur 5. En del av denna energi försvinner också genom t ex friktion och strålningsförluster, men det bortser vi ifrån.

Det arbete som tillförs gasen under den isoterma kompressionen tas från svänghjulet, som därmed förlorar rörelseenergi. Nettoarbetet för processen blir skillnaden mellan det arbete gasen uträttar under den isoterma expansionen och det arbete gasen tillförs (från svänghjulet) under den isoterma kompressionen. I den schematiska beskrivningen i figur 6 är det bara en kolv åt gången som rör sig. I praktiken är det inte riktigt så eftersom den mekaniska konstruktionen gör att båda kolvarna rör sig (mer eller mindre) samtidigt.

[1]Tänk på att det är en demonstrationsmaskin! I verkligheten kanske motorn drivs med solenergi - som är gratis. (Med elektrisk energi kan man ju driva en elmotor med betydligt högre verkningsgrad än en Stirlingmotor.)

Tabell 1: Sammanfattning av tillståndsändringarna.

Tillstånds-ändring	Gasens temperatur	Gasens volym	Arbetskolv	Förflyttnings-kolv
$a \to b$	Ökar	Konstant och liten	Stilla i övre vändläget	Uppifrån och ner
$b \to c$	Konstant och hög	Ökar	Uppifrån och nedåt	Fortsätter nedåt
$c \to d$	Minskar	Konstant och stor	Stilla i nedre vändläget	Nerifrån och upp
$d \to a$	Konstant låg	Minskar	Nerifrån och upp	Still i övre vändläget

2.1 pV-indikatorn

Arbetskolvens läge är ett mått på den inneslutna luftens volym. På laborationens Stirlingmotor överförs arbetskolvens rörelse via ett snöre och några hävarmar till en spegel som vrids i sidled. Spegeln belyses med en laser och reflexen syns på en whiteboardtavla. När volymen ändras rör sig laserfläcken horisontellt över tavlan. Trycket kan mätas genom att spegelupphängningen via en slang är ansluten till luften i motorn. Tryckändringar i motorn tvingar spegeln att röra sig kring en horisontell axel så att laserfläcken flyttas i vertikalled. På tavlan projiceras alltså ett pV-diagram över kretsprocessen.

3 Värmepump

En värmepump överför, precis som en kylmaskin, värme från ett kallare område till ett varmare område. För en värmepump är vi intresserade av den värmemängd (Q_{ut}) som kan avges vid den höga temperaturen, medan vi för en kylanläggning är intresserade av den värmemängd (Q_{in}) som tas upp från det kalla området. I en värmepump eller en kylmaskin utnyttjar man fasövergångar i ett köldmedium. I institutionens värmepumpar är det tetrafluoretan[2] som medför att vi får kokning och kondensering vid lämpliga temperaturer och rimliga tryck.

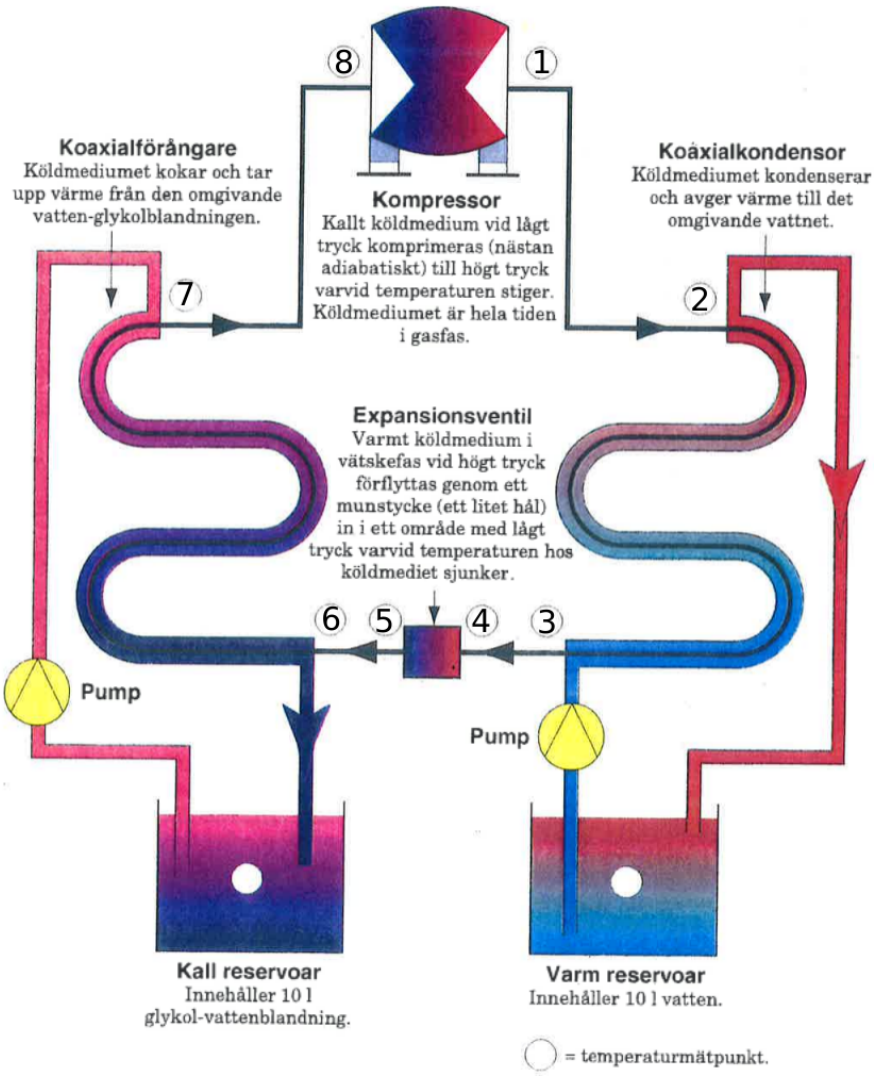
I en praktisk värmepump tar man värme från en sjö, från marken eller från uteluften, och låter detta förånga köldmediumet i förångaren. I kondensorn kondenseras köldmediumet varvid det omgivande vattnet upptar värme, som kan användas för att t.ex. värma upp ett hus. När förhållandena väl stabiliserats kommer kretsprocessens högsta och lägsta temperatur (T_{H} respektive T_{C}) att vara konstanta.

Laborationens värmepump har s.k. koaxialförångare och koaxialkondensor (se figur 7). Både förångaren och kondensorn består av ett inre rör (böjt som en spiral) i vilket köldmediumet strömmar. Runt om detta rör finns ett grövre rör i vilket en glykol-vattenblandning (eller bara vatten) strömmar.

3.1 Kretsloppet enligt figur 7

Process 8 $\to$ 1: Köldmedium i gasfas vid lågt tryck och låg temperatur komprimeras adiabatiskt (nästan) av kompressorn till högt tryck ($\approx$12 atm) och hög temperatur ($\approx 70°$C).
Process 2 $\to$ 3: I kondensorn kyls gasformigt köldmedium av vatten som leds genom kondensorn. Köldmediumet övergår då från gasfas till vätskefas. Den värmemängd, som frigörs vid denna fasö-

[2]Tetrafluoretan har den kemiska formeln $C_2H_2F_4$ och som köldmedium brukar det betecknas R134a.



Figur 7: Värmepumpsanläggning med förångare och kondensor.

vergång, tas upp av vattnet, som kommer uppvärmt ut ur kondensorn.
Process 4 → 5: Expansionsventilen fungerar huvudsakligen som en mekanisk strypventil. Köldmediumets tryck, och därmed temperatur minskar kraftigt vid passagen av expansionsventilen.
Process 6 → 7: I förångaren övergår köldmediumet från vätskefas till gasfas. Kokningen är möjlig genom att köldmediumet tar upp värme från en glykol-vattenblandning, som leds genom förångaren. Glykol-vattenblandningen kommer alltså kyld ut ur förångaren.

Värmefaktorn V_f (godhetstalet för en värmepump) definieras som

$$V_f = \frac{Q_{\text{ut}}}{W}. \tag{3.1}$$

För en ideal kretsprocess (t.ex. Stirlingprocessen, om regeneratorn fungerar idealt) kan man visa att

$$V_f = \frac{T_{\text{H}}}{T_{\text{H}} - T_{\text{L}}}. \tag{3.2}$$

där T_{H} och T_{C} är temperaturerna i de båda värmereservoarerna. På laborationen har vi två 10 liters spannar med vatten, som får representera de båda temperaturreservoarerna. Med så små volymer kommer temperaturen att ändras kraftigt med tiden. Eftersom värmepumpen tar värme från den ena spannen och lämnar värme till den andra kommer temperaturen (T_{C}) att sjunka i den första spannen och temperaturen (T_{H}) att stiga i den andra. När temperaturerna ändras med tiden varierar även värmefaktorn. Se sambandet ovan. Vi kan skriva den momentana värmefaktorn som

$$V_f = \frac{dQ_{\mathrm{ut}}}{dW} = \frac{dQ_{\mathrm{ut}}}{dt}\frac{dt}{dW} = \frac{P_{\mathrm{ut}}}{P_{\mathrm{in}}}, \tag{3.3}$$

där P_{ut} är den värmeeffekt som överförs till den varma behållaren och P_{in} är den elektriska effekt som kompressorn använder.

4 Utförande

Under höstterminen 2020 så kommer den vanliga laborationen ersättas av en modifierad online-version. Istället för att utföra den praktiska delen av laborationen så får ni nu kolla på demonstrationsvideon som finns på kurshemsidan.

Efter ni har kollat på demonstrationsvideon så följer ni sedan intruktionerna nedan. Uppgifter markerade med * behöver inte utföras höstterminen 2020.

4.1 Stirlingmotorn

4.1.1 Undersökning av Stirlingmotorn*

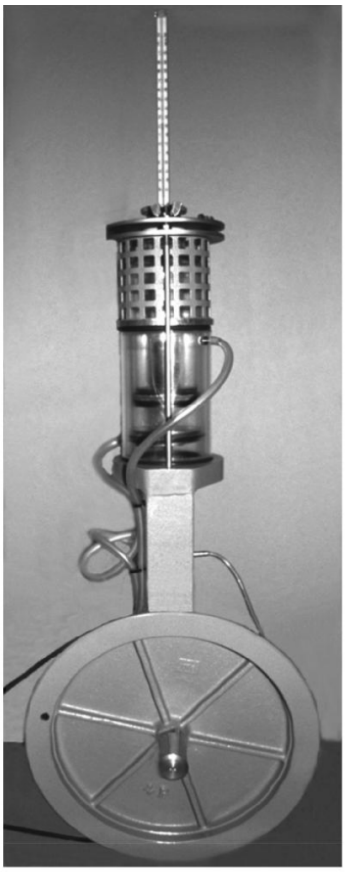
Dra sakta runt motorns svänghjul för hand (åt rätt håll) och övertyga dig om hur de fyra tillståndsändringarna kommer till stånd. Fundera över hur energiutbytet med omgivningen går till för de olika tillståndsändringarna. OBS. Stirlingmotorn är ömtålig (och dyr). Den får inte startas utan handledarens medverkan! Var också försiktig med lasern. Titta inte in i laserstrålen!

4.1.2 Stirlingmotorns praktiska verkningsgrad

Bestäm Stirlingmotorns verkningsgrad. Tänk först ut vilka storheter som måste mätas för att uträttat arbete och tillförd energi, ska kunna beräknas. Beräkna sedan verkningsgraden med hjälp av de uppmätta värden som ges i demonstrationsvideon.

4.1.3 Stirlingmotorns teoretiska verkningsgrad

Den teoretiskt högsta verkningsgraden beror bara på den högsta och den lägsta temperaturen under kretsprocessen. Om den varma delen av motorn har en temperatur på 100°C och den kalla delen en temperatur på 0°C. Vad blir då den teoretiska verkningsgraden?



Figur 8: Svänghjultet på Stirlingmotorn kan drivas runt av en elektrisk motor. Varje gång kretsprocessen genomlöps tar arbetsgasen upp värme som sedan antingen avges till kylvattnet eller till den delen där termometern sitter.

4.2 Värmepumpen

4.2.1 Undersökning av värmepumpen och dataregistrering*

Inled med att försäkra dig om att du vet hur köldmedium och kylvatten cirkulerar i värmepumpen. Identifiera var de åtta termometrar

som mäter det cirkulerande köldmediumets temperatur sitter. De är numrerade 1-8 och du ska fylla i siffrorna i den schematiska bild över värmepumpen som du fått. Dessa åtta termometrar avläser du, tillsammans med två tryckmätare, manuellt. Två termometrar mäter också kontinuerligt temperaturen på kylvattnet i den varma respektive kalla behållaren. Dessa båda temperaturer (T_H, T_C) samt den tillförda elektriska energin (W) ska under hela mätningen registreras av datainsamlingsprogrammet PASCO Capstone.

Starta programmet och börja med att klicka på ”Hardware setup”. Du får då fram en bild av den box till vilken de tre sensorerna är kopplade. ”Koppla in” en räknare genom att klicka på ingången och välja rätt sensor, dvs. ”General counter”. Räknaren registrerar antal ”energipaket” som levereras till komp-ressorn. Koppla sedan in två termometrar, ”Temperature sensor”, som registrerar temperaturerna. Ett lämpligt samplingsintervall är 10 s, och detta ställer du in i den nedre delen av panelen som visas på skärmen. Du ska ha samma intervall för alla mätningarna (ställ in ”Common rate”). Se till att alla mätdata löpande visas till exempel i ett diagram. Klicka och dra ”Graph” från den högra panelen och ut på skrivbordet. Klicka på y-axeln och lägg in vilka mätdata du vill visa. Handledaren hjälper dig!

Figur 9: Laborationens värmepumpsanläggning med inkopplat mätsystem.

Starta värmepumpen (kompressorn) och datainsamlingssystemet (”Record”) och samla data i ca 20 minuter.

Avläs vid två tidpunkter (efter ca 5 respektive ca 15 minuter) tryck och temperatur på samtliga åtta ställen som mäter temperaturen på köldmediumet. Observera att de avlästa trycken är övertryck, dvs. 10^5 Pa måste adderas för att få köldmediumets totaltryck.

När du tagit upp en mätserie med T_H, T_C och W under ca 20 minuter ska du spara resultaten i en fil och analysera dina data med hjälp av Capstone. (För dig som behärskar Matlab är det också möjligt att göra analysen av data med hjälp av att du själv skriver några rutiner i det programmet. Det är också möjligt att exportera mätdata till Excel.) Börja med att låta programmet rita temperaturerna T_H och T_C som funktion av tiden. Grafen över den tillförda energin W ser lite märklig ut och din uppgift blir nu att illustrera hur den tillförda energin ökar med tiden. Avsätt kompressorns förbrukade energi som funktion av tiden. Varje ”energipaket” motsvarar 4,5 kJ och i grafen ska du alltså addera dessa paket. Det gör du enklast genom att gå in under ”Data summary”, klicka på räknaren, sedan på ”equations”. Här ska du göra en beräkning och under rubriken ”statistics” finner du funktionen ”$\sum$sum”. Det du ska summera är mätserien med energisnäpp. Denna dataserie hittar du under ikonen med den färgade triangeln.

4.2.2 Fasövergångar i värmepumpen

För att värmepumpen ska fungera tillfredsställande krävs det att fasövergångarna sker där de ska. Studera detta genom att föra in mätpunkterna i Tabell 2 i det pT-diagrammet för köldmediumet som finns på kurshemsidan. Markera var fasövergångarna sker. Sker de där ni förväntar er?

Tabell 2: Temperatur och tryck för köldmediumet vid mätpunkterna 1-8 som visas i figur 7 då värmepumpen varit i gång i 5 minuter, respektive, 15 minuter.

Mätpunkt:	1	2	3	4	5	6	7	8
Tryck P efter 5 min (bar)	8,5	8,5	8,5	8,5	3,1	3,1	3,1	3,1
Temperatur T efter 5 min (°C)	53,6	43,3	32,0	29,3	-0,6	0,7	14,7	17,3
Tryck P efter 15 min (bar)	11,5	11,5	11,5	11,5	2,8	2,8	2,8	2,8
Temperatur T efter 15 min (°C)	68,2	54,8	41,9	38,2	-3,0	-1,9	5,1	10,8

4.2.3 Värmepumpens värmefaktor som funktion av tiden

Ni ska nu undersöka värmefaktorn för värmepumpen. För att göra det behövs effekterna P_{ut} respektive P_{in}, dvs tidsderivatorna av Q_{ut} och W. Detta görs genom att anpassa polynom till mätpunkterna för T_{H} och W.

Ladda ner datafilen *data_ varmepump.dat* och Matlab-programmet *varmepump.m* som finns på kurshemsidan. Kör Matlab-programmet. Programmet genererar tre figurer: temperaturerna i den kalla och den varma reservoaren, kompressorns arbete, och den praktiska och den teoretiska värmefaktorn.

Genom att passa ett polynom till kurvan för den varma behållarens temperatur, som vi sedan deriverar med avseende på tiden, så kan vi få fram ett uttryck för dT_{H}/dt. Den uträttade effekten fås sedan med ekvation 1.7 och 1.6. Den specifika värmekapaciteten för vatten är $c = 4,18$ kJ/(kg· K) och massan i den varma reservoaren antas vara $m = 10$ kg.

På liknande sätt kan vi passa ett polynom till kurvan för kompressorns arbete. Lutningen på det passade polynomet motsvarar då kompressorns effekt. Den praktiska värmefaktorn kan sedan beräknas med ekvation 1.5.

Undersök figurerna som Matlab-programmet genererar. Försök sedan svara på följande frågor:

- Varför ändras värmefaktorn med tiden?
- Vad betyder det att den praktiska värmefaktorn är lika med ett?
- Varför ändras den teoretiska värmefaktorn med tiden?
- Vad betyder det när den teoretiska värmefaktorn närmar sig ett?