TENTAMEN I STATISTISK TERMODYNAMIK MED TILLÄMPNINGAR, FMFF05

2019-11-01 kl 14.00–19.00 i MA:10G–J

För full poäng krävs fullständiga lösningar. Svar anges som analytiska uttryck av storheter definierade i vardera uppgift (välkända konstanter som c och π får självklart användas) eller som numeriska värden med lämpliga enheter.
Hjälpmedel: Formelsamling, miniräknare och tips under vissa uppgifter.

1. Besvara följande korta teorifrågor (inga uträkningar kvävs).

   a) (1p) Redogör kortfattat för termodynamikens *två* huvudsatser.

   b) (1p) Förklara hur ett objekts temperatur kan förändras *utan* värmetillförsel.

   c) (2p) Vad är *skillnaden* mellan Ottomotorn och Stirlingmotorn?

   d) (1p) Vad menas med *Gibbs* fria energi och när är den användbar?

2. Bektrakta en ideal gas av N atomer med volym, V, och temperatur, T.

   a) (1p) Beräkna den ideala gasens värmekapacitet vid kontant volym, C_V.

   b) (2p) Använd resultatet från a) för att beräkna entropiändringen, ΔS, för en ideal gas då temperaturen höjs från T_0 till T med konstant volym.

3. Multipliciteten för en ideal gas av N identiska partiklar kan beräknas kvantmekaniskt med så-kallade kvantbiljarder till:

$$\Omega(U) = \sqrt{\pi}\frac{V^N}{N!(3N/2)!}\left(\frac{mU}{2\pi\hbar^2}\right)^{3N/2},$$

   där U är den ideala gasens inre energi, V är gasens volym och m är massan av en partikel.

   a) (2p) Beräkna entropin som funktion av den inre energin: $S(U)$, och entropin som funktion av temperaturen: $S(T)$.

   Tips: Antag att inre energi och temperatur är proportionella.

4. På en förläsning har det demonstrerats att en varm kaffekopp kan användas för att driva en liten Stirlingmotor tills det att kaffet har svalnat. I denna uppgift betraktar vi en *ideal* värmemaskin med en *begränsad* värmekälla som initialt har temperaturen, T_h, med konstant värmekapacitet, C_h. Omgivningen är en reservoir med rumstemperatur, T_l.

   a) (1p) Rita en schematisk bild av värmeflöde, q_h och q_l, och värmemotorns effekt, w, för systemet.

   b) (2p) Hur stort arbete, W, kan *maximalt* utvinnas av värmemotorn?

   c) (2p) Gör en grov numerisk uppskattning av hur mycket arbete som kan utvinnas ur en kopp kaffe och jämför ditt resultat med den totala värmen som avges från koppen! Ange svar i kJ och %.

5. En *paramagnet* är ett exempel på ett material som själv blir magnetisk då det utsätts för ett externt magnetiskt fält, B. I denna uppgift betraktas en paramagneten bestående av ett stort antal atomer, N, med magnetiska moment, μ.

   a) (1p) Beräkna entropin för paramagneten, $S(n)$, som funktion av antalet atomer i sitt grundtillstånd, n.

   b) (2p) Konstruera den inre energin för paramagneten i det externa magnetfältet, $U(n)$, och bestäm sedan temperaturen på paramagneten, $T(n)$, som funktion av antalet atomer i grundtillståndet, n.

   c) (1p) Verifiera att ditt svar i b) är korrekt i gränserna för "låg" och "hög" temperatur!

   Tips: Antag att de magnetiska energierna för en atom ges av: $E = \pm\mu B$.

6. Plancks strålningslag beskriver intensitetsfördelningen av elektromagnetisk strålning för olika våglängder, λ, som emitteras från en svartkropp med temperatur, T.

   a) (2p) I Fig. 1 visas intensitetsfördelningar för två olika stjärnor: *Solen* och *Proxima Centauri*. Uppskatta den relativa temperaturen på ytan av stjärnorna: $T_{\mathrm{PC}}/T_{\mathrm{Sol}}$. Ange ditt svar i %.

   b) (3p) Utgå från Plancks strålningslag för att härleda Wiens förskjutningslag. Du är fri att göra approximationer för att förenkla dina beräkningar, men jämför sedan ditt resultat med det exakta värdet på b som anges på formelbladet!

   Tips: Plancks konstant är: $h = 6.62607015 \times 10^{-34}$ Js och ljushastigheten är $c = 2.99792458 \times 10^{8}$ m/s.

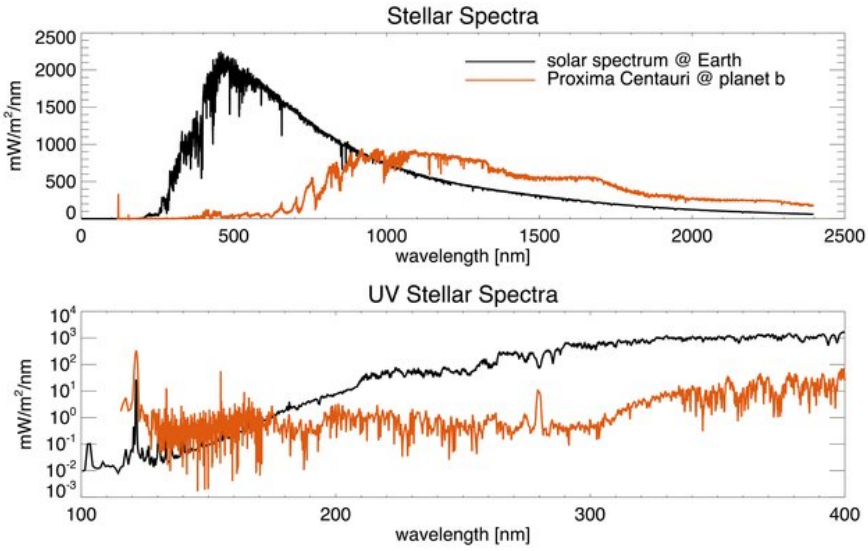

Figure 1: *Bild från Astrobiology 18 (2) 2016, DOI: 10.1089/ast.2016.1589*

Lycka till!
/ Marcus Dahlström