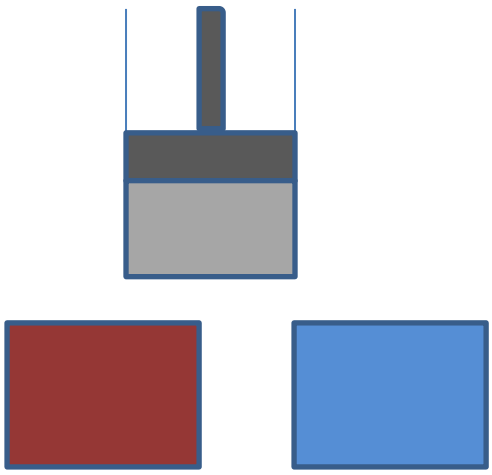
4.2 Exempel på värmemotorer

I detta avsnitt ska vi gå igenom några värmemotorer som är av teknisk betydelse. Fokus kommer att vara på de termodynamiska processerna. För att kunna göra beräkningar är vi tvungna att betrakta ideala processer som approximationer till de verkliga.

Carnotmotorn

Vi har i inledningen av detta kapitel gjort en teoretisk analys med hjälp av andra huvudsatsen för att bestämma begränsningen i verkningsgraden för en värmemaskin. I sin analys av värmemotorer använde sig Carnot av en teoretisk motor som arbetar reversibelt och därmed har maximal verkningsgrad. Denna motor är inte praktisk användbar men har spelat stor roll i termodynamikens utveckling. Denna utveckling tog fart först flera årtionden efter det att Carnot publicerat sitt arbete eftersom det inte uppmärksammades av samtiden. Det var först på 1850-talet som den tyske fysikern Rudolf Clausius utvecklade Carnots teori. Han införde det viktiga begreppet entropi, dock på annat sätt än som vi gör i denna bok.

Carnot betraktade en kolvmaskin med en instängd luftmassa som genomgår en sluten process innehållande fyra delprocesser.

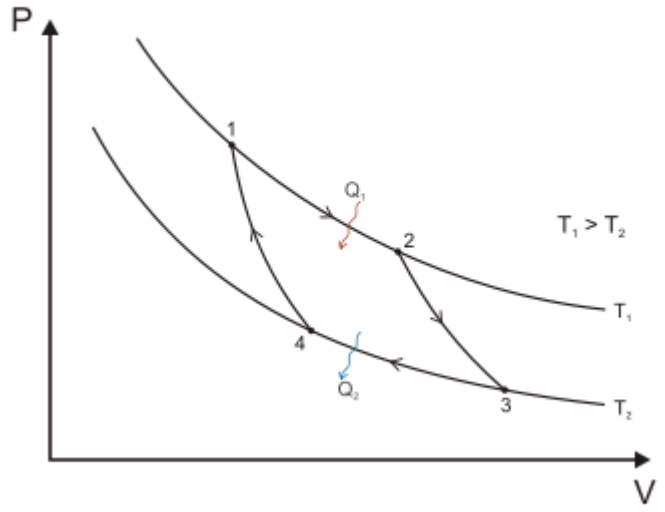


Principskiss för carnotmotorn. En gas, gråmarkerad i bilden, är instängd i en cylinder. Cylindern kan flyttas mellan två värmereservoarer - en med hög temperatur, den vänstra, rödfärgade, och en med låg tempratur, den högra, blåfärgade.

Carnotprocessens fyra delprocesser:

1. Isoterm expansion. Cylindern är i kontakt med den varma värmereservoaren som överför värme till gasen i cylindern vilken expanderar och utövar ett arbete på omgivningen.
2. Adiabatisk expansion. Cylindern isoleras från omgivningen så att ingen värmeöverföring sker. Gasen fortsätter att expandera och utföra ett arbete på omgivningen till dess att gasen uppnår samma temperatur som den kalla värmereservoaren.
3. Isoterm kompression. Cylindern är i kontakt med den kalla värmereservoaren och genom arbete från omgivningen komprimeras gasen.

4. Adiabatisk kompression. Cylindern är återigen isolerad från omgivningen. Genom arbete från omgivningen värms gasen så att den återfår starttemperaturen.



PV-diagram för Carnotcykeln.

För att beräkna verkningsgraden konsterar vi att värmereservoarernas temperaturer $T_h = T_1$ i figuren resp $T_l = T_2$ är givna. Bestämmer vi volymerna V_1 och V_2 blir även V_3 och V_4 fastställda av villkoret att gasen ska genomgå en sluten process. Maskinens arbete kan beräknas som arean som omsluts av den slutna kurvan i figuren, men enklare är att beräkna värmemängderna Q_1 och Q_2och bestämma arbetet W genom sambandet $W = Q_1 - Q_2$, som följer av att den inre energin är oförändrad under en cykel, $\Delta U = 0$.

Vid beräkningarna antar vi att gasen är ideal, då gäller att i den isotermiska processen $1 \rightarrow 2$ är den inre energin konstant. Alltså gäller att, observera vår tillfälliga teckenkonvention i detta kapitel om värmemaskiner.

Värme till systemet $Q_1 = \int_{V_1}^{V_2} P\mathrm{d}V = \int_{V_1}^{V_2} \frac{NkT}{V}\mathrm{d}V = NkT_h \int_{V_1}^{V_2} \frac{\mathrm{d}V}{V} = NkT_h \ln(V_2/V_1)$.

På motsvarande sätt gäller att

Värme som lämnar systemet $Q_2 = NkT_l \ln(V_3/V_4)$.

För adiabatiska processer gäller sambandet $V \cdot T^{f/2} =$ konstant.

Detta innebär att $V_2/V_1 = V_3/V_4$.

Verkningsgraden blir $\eta = \frac{W_{omg}}{Q_{in}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{NkT_h \ln(V_2/V_1) - NkT_l \ln(V_3/V_4)}{NkT_h \ln(V_2/V_1)} = 1 - \frac{T_l}{T_h}$

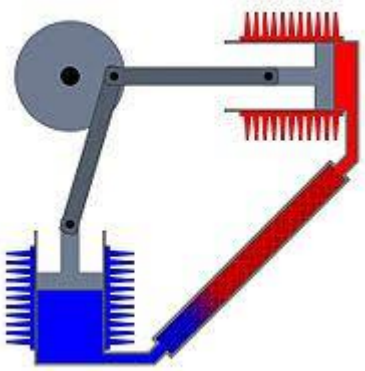
Vi återfår alltså det uttrycket vi känner igen som övre gräns för verkningsgraden. Vi har därmed visat att det inte bara är en övre gräns utan att det även är principiellt möjligt att

konstruera en maskin med denna verkningsgrad. Som tidigare påpekats kommer en sådan maskin att vara opraktisk då den arbetar långsamt eftersom de ideala processerna fordrar det.

Den viktiga lärdomen av Carnots arbete är att icke-ideala processer sänker verkningsgraden samt att höga temperaturer hos värmekällan ökar verkningsgraden.

Stirlingmotorn

Motorn fungerar precis som carnotmotorn genom att gas omväxlande värms upp och kyls av en yttre värmekällor. En vanlig modell av stirlingmotorn har två cylindrar som gasen vandra mellan.



Principskiss av en stirlingmotor. I den övre, högra cylindern värms gasen upp och utför ett arbete. I den nedre, vänstra cylindern avkyls gasen. I röret som förbinder cylindrarna finns en s k regenerator som kan lagra värme.

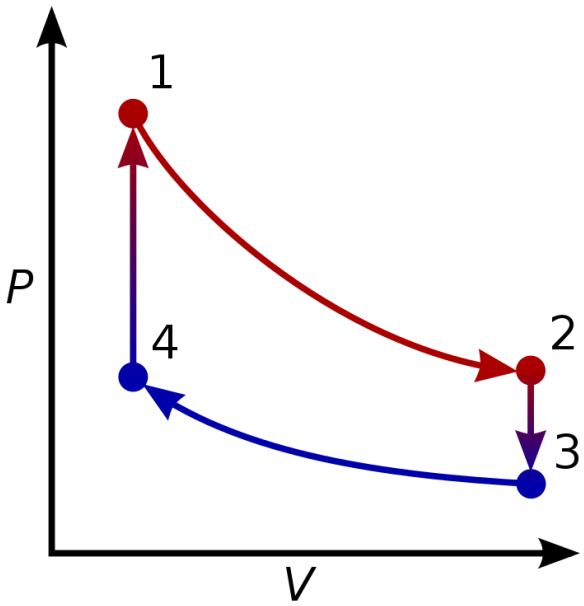
Den yttre värmekällan kan upphettas genom förbränning men även av t ex solenergi. Gasen i stirlingmotorn genomgår följande processer.

$1 \rightarrow 2$ Isoterm expansion. Gasen är i kontakt med den varma värmereservoaren, som avger värme så att gasen expanderar och utför ett arbete på omgivningen.

$2 \rightarrow 3$ Isokor process. Minskning av trycket under konstant volym. Gasen passerar regeneratorn som avger värme så att gasen får som sluttemperaur den kalla reservoarens temperatur.

$3 \rightarrow 4$ Isoterm kompression. Gasen är nu i kontakt med den kalla värmereservoaren där den avger värme och utför arbete på omgivningen.

$4 \rightarrow 1$ Isokor ökning av trycket tills gasen kommer tillbaka till utsprungstillståndet.



Grafisk beskrivning av den ideala stirligcykeln.

Beräkning av verkningsgraden under antagandet att gasen är ideal.

Arbetet på omgivningen i ges av arean av den inneslutna kurvan och beräknas enligt

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} PdV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{NkT_h}{V} dV = NkT_h \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV = NkT_h \ln(\frac{V_2}{V_1}).$$

På motsvarande sätt gäller att arbetet på systemet i process 3 till 4 ges av

$$W_{34} = NkT_h \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right) = NkT_h \ln(\frac{V_2}{V_1}).$$

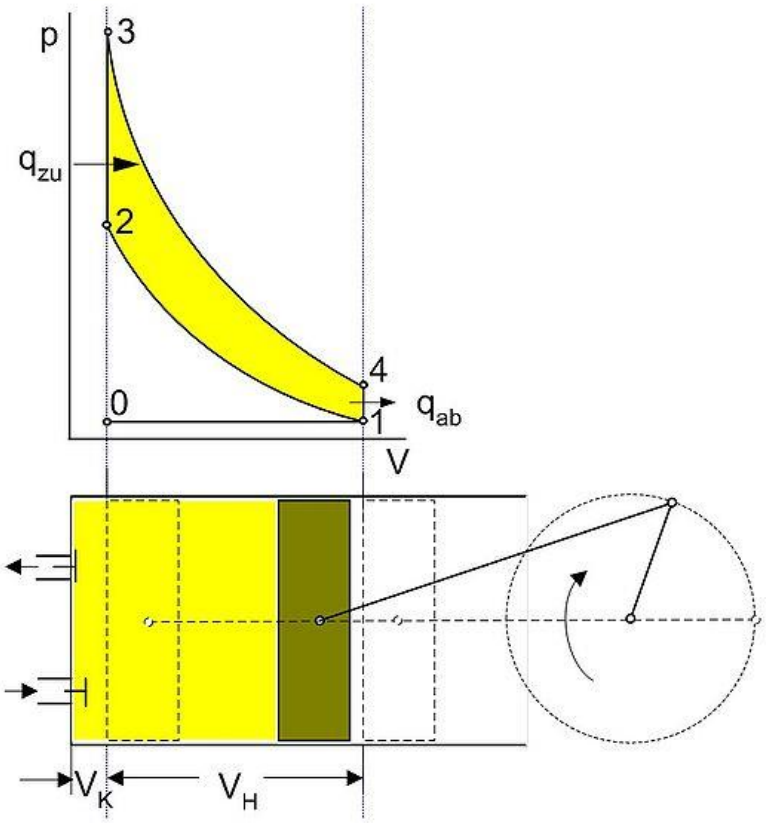
Vid isotermiska processer ändras inte den inre energin, vilket medför att $Q_{12} = W_{12}$. Verkningsgraden blir

$$\eta = \frac{W_{omg}}{Q_{in}} = \frac{W_{12} - W_{34}}{Q_{12}} = \frac{NkT_h \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) - NkT_h \ln(\frac{V_2}{V_1})}{NkT_h \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} = 1 - \frac{T_l}{T_h}.$$

Vi återfår Carnotverkningsgraden eftersom alla processer i den ideala stirlingcykeln är omvändbara. Eftersom hela cykeln är reversibel så kan en stirlingmotor även användas som värmepump/kylmaskin. Stirlingmotorn används till exempel i ubåtar och solkraftverk.

Ottomotorn

Ottomotorn är den ”vanliga” bensinmotorn som finns i t ex bilar.



Schematisk bild av en ottomotor. I den undre bilden sugs luft blandat med bränsle in i cylindern genom insugningsventilen (den undre ventilen i bilden). Detta svarar mot kurvan 0 – 1 i diagrammet

1 → 2 Adiabatisk kompression. Gasen trycks ihop genom att omgivningen utför ett arbete. Processen är så snabb att värmeutbytet med omgivningen är försumbart.

2 → 3 Isokor process. Bränslet i gasen antänds av ett tändstift. Förbränningen av bränslet tillför värme till gasen. Processen är så snabb att volymen kan antas vara konstant. Inget arbete utförs alltså i denna process.

3 → 4 Adiabatisk expansion. Gasen expanderar och utför ett arbete på omgivningen genom att trycka ut kolven. Processen är så snabb att värmeutbytet med omgivningen kan försummas.

4 → 1 Isokor process. Värme avges till omgivningen genom att den övre ventilen i figuren är öppen och kolven trycker ut gasen när den rör sig åt vänster.

Beräkning av verkningsgraden. Värme tillförs genom förbränning i process 2→ 3. I denna process är volymen konstant vilket ger att. Vi gör beräkningen för en allmän ideal gas med *f* antal frihetsgrader.

$$Q_h = C_v \cdot (T_3 - T_2) = \frac{f}{2} Nk \cdot (T_3 - T_2).$$

Nyttigt arbete ges av $W_{ut} - W_{in} = W_{34} - W_{12}$. I den idealiserade beräkningen antas dessa båda processer vara adiabatiska. Då inget värmeutbyte sker med omgivningen gäller att

$$W_{34} = \Delta U = \frac{f}{2} Nk(T_3 - T_4)$$

och

$$W_{12} = \Delta U = \tfrac{f}{2} Nk(T_1 - T_2).$$

Verkningsgraden blir

$$\eta = \frac{\frac{f}{2}Nk(T_3-T_4)-\frac{f}{2}Nk(T_2-T_1)}{\frac{f}{2}Nk(T_3-T_2)} = \frac{T_3-T_4-T_2+T_1}{T_3-T_2} = 1 - \frac{T_4-T_1}{T_3-T_2}.$$

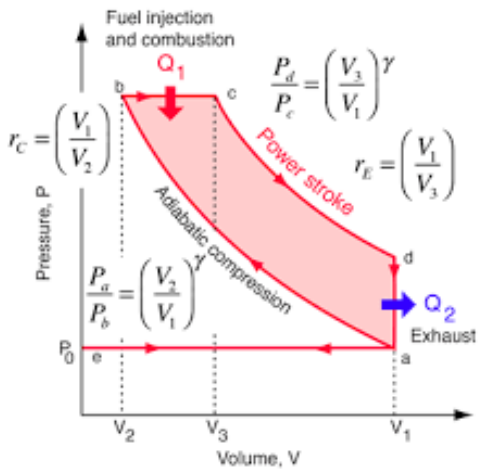
För adiabatiska processer gäller för en ideal gas att $V \cdot T^{f/2} =$ konstant. Efter en del algebraiska omformningar finner man att $T_3 - T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{2}{f}} \cdot (T_4 - T_1)$. Verkningsgraden blir

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-2/f} = 1 - r^{-2/f}$$

där vi infört kompressionsgraden $r = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)$. Omskrivning med den adiabatiska exponenten $\gamma = (f + 2)/f$ ger:

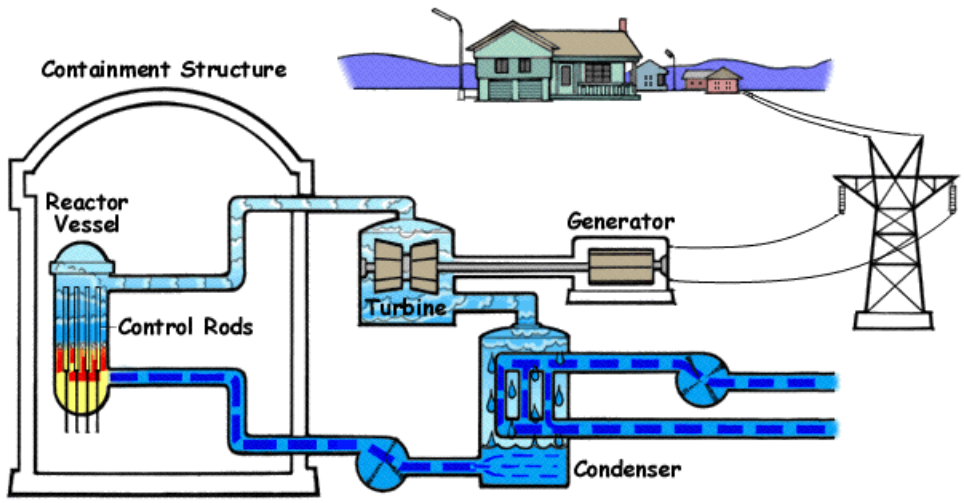
$\eta = 1 - r^{1-\gamma}$Verkningsgraden beror alltså i detta ideala fall enbart av kompressionsgraden. Eftersom både *r* och $\gamma > 1$ är η en växande funktion av *r*. Det finns emellertid en övre praktisk begränsning av kompressionsgraden: Under process 1 – 2 när gasen komprimeras stiger temperaturen. Om temperaturen då stiger över ett visst kritiskt värde kommer luft – bränsleblandningen att självantända innan kolven når sitt ändläge. Detta gör att motorn inte fungerar som avsett.

I dieselmotorn finns inget tändstift utan luftens temperatur ökar under kompressionsfasen så mycket att bränslet självantänder när det under högt tryck sprutas in i kompressionstaktens slutskede. En dieselmotor kan därför ha högre kompressionsgrad än ottomotorn och därmed högre verkningsgrad. Därför är bilar med dieselmotorer bränslesnålare än ”vanliga” bilar. Vi analyserar inte dieselcykeln noggrannare utan hänvisar till diagrammet nedan.



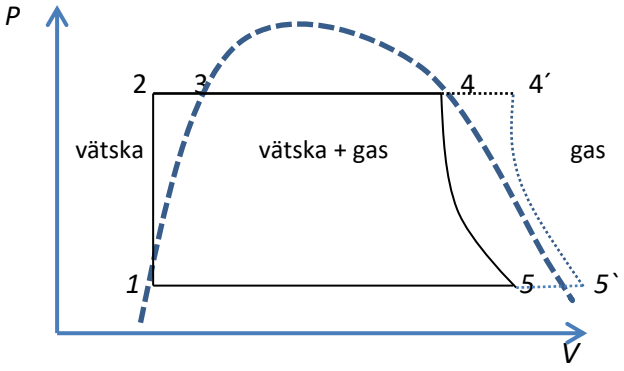
PV-diagram för en ideal dieselmotor. Skillnaden jämfört med en ottomotor är att förbränningen sker under konstant tryck.

Ångturbin



Principskiss av kärnkraftverk. Ett kraftverk som eldas med fossila bränslen fungerar i princip på samma sätt om reaktorn ersätts av en ångpanna. I reaktortanken kokas vattnet och ångan upphettas till hög temperatur. Den varma ångan som har högt tryck leds sedan till turbinen som i sin tur driver generatorn. I kondensorn är både trycket och temperaturen så låga att ångan kondenserar till vatten. Den slutna processen knyts ihop genom att vattnet pumpas tillbaka in i reaktortanken.

I de vanliga kraftverken sker upphettningen genom förbränning av fossilt bränsle eller uranfission. I den slutna termodynamiska processen ”rankinecykeln” ingår två fasomvandlingar, dels kokning av vatten som ger ånga och dels kondensation av ånga tillbaks till vatten. Kretsloppet illustreras av fäljande diagram.



Fasdiagram för vatten, streckad linje och P-V-diagram för en ideal rankinecykel.

Under den streckade kurvan, fasdiagram, råder jämvikt mellan vätske- och gasfas.

1 → 2 Isokor kompression. Vatten pumpas in i ångpannan. Eftersom vatten är nästan inkompressibelt ändras inte volymen nämnvärt-

2 → 3 Isobar process. Vattnet uppvärms till kokpunkten vid det aktuella trycket i pannan.

3 → 4 Isobar process. Vattnet kokas. Under denna process är det en blandning av vätska och gas. Vid tillstånd 4 har allt vatten kokat och vi har ren ånga.

4 → 5 Adiabatisk process. Ånga strömmar genom turbinen som uträttar ett arbete på omgivningen – i praktiken drivs en generator som alstrar elektrisk ström. Denna process sker under den streckade kurvan i fasdiagrammet vilket innebär att en dela av ångan kondenserar.

5 → 1 Isobar process. Ångan kondenseras till vatten under avgivning av värme till omgivningen.

En stor nackdel med denna process är att ångan delvis kondenserar under expansionen, vilket innebär att turbinens verkningsgrad minskar. Ett sätt att minska denna olägenhet är att överhetta ångan vilket beskrivs av den prickade kurvan i figuren.

Överhettning:

4 → 4´ Isobar process Ångan uppvärms över kokpunktern genom att den bringas i termisk kontakt med de varma rökgaserna.

4´ → 5´ Adiabatisk process. Ångan expanderar genom turbinen. Genom att ångan upphettats över kokpunkten kommer expansionen att ske helt i gasfasen vilket ger högre effektivitet.

Övningsuppgifter

1 För analys av värmemaskiner är ofta *S*-*T*-diagram användbara.

a Rita Carnotmotorns kretsprocess i ett *S*-*T*-diagram.

b Hur tolkas arean under detta diagram?

c Använd detta diagram för att beräkna verkningsgraden.

2 Bestäm arbetet i Ottocykeln genom att explicit beräkna integralerna $\int P\mathrm{d}V$ för de två adiabatiska processerna.