1) a) Arbete är energi som tillförs vid en process på ett system som inte är värme.
Värme är den energi som tillförs vid en process pga temperatur skillnaden mellan systemet och sin omgivning.

b) Entropin för ett isolerat system i jämvikt är maximerad.
Detta innebär att systemet befinner sig i ett tillstånd med maximal multiplicitet vilket innebär maximal sannolikhet enligt det fundamentala antagandet att alla mikro tillstånd är lika sannolika.

c) Medel energin för ett litet kvantmekaniskt system beräknas med

$$\bar{E} = \sum_n E_n P_n$$

, där E_n är energin och P_n är sannolikhet för det kvantmekaniska tillståndet, n.

eller

$$\bar{E} = -\frac{1}{Z}\frac{\partial Z}{\partial \beta}$$

, är Z är det kvantmekaniska systemets tillståndssumma och $\beta = 1/kT$.

d) <u>Plancks strålningslag</u>

$$I(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1}$$

anger energi densiteten per våglängd (λ till $\lambda + d\lambda$) för svart kropp strålning med temperatur, T.

<u>Wiens förskjutningslag</u>

$$\lambda_{max} = b/T$$

anger vid vilken våglängd λ_{max} som svartkropp strålningen har maximum av energidensiteten. vid temperatur, T.

<u>Stefan Boltzmanns lag</u>

$$P = A\sigma T^4$$

anger effekten av strålningen från en svart kropp som funktion av temperaturen, T. Effekten inkluderar alla våglängder.

Wiens förskjutningslag och Stefan Boltzmanns lag är alltså specifika egenskaper av Plancks strålningslag.

2) Ideal gas av identiska atomer

a) Multipliciteten anger antal mikrotillstånd givet makroskopiska tillståndsvariabler, t.ex volym V och antal partiklar N.

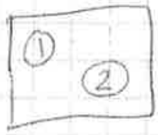
En atom i volymen V kan vara på olika platser proportionellt mot volymen: $\Omega(1) \propto V$

Flera atomer N kan vara på olika ställen på motsvarande sätt: $\Omega(N) \propto V^N$

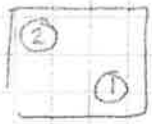
För identiska atomer korrigeras multipliciteten med $1/N!$

$$\boxed{\Omega(N) \propto \frac{V^N}{N!}}$$

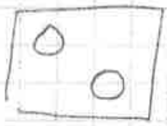
eftersom vi inte kan skilja på tillstånden



och



som är



.

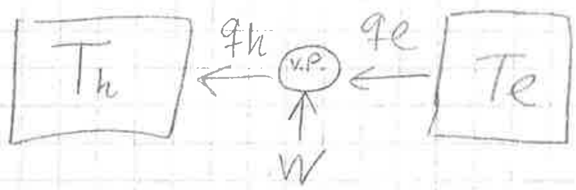
b) Fri expansion   Entropi: $S = k \ln \Omega$

$$\Delta S = S_f - S_i = k \ln(\Omega_f) - k \ln(\Omega_i) = k \ln(\Omega_f / \Omega_i)$$

$$= k \ln\left(\frac{V_f^N}{V_i^N}\right) = k N \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

c) "Fri kompression" innebär att alla atomer måste lägga sig i en mindre del av volymen och då skulle man "passa på" att föra in en "skiljevägg" så volymen blir mindre. Inget arbete får utföras vid fri expansion / kompression. Enligt b) skulle entropin minska om $\Delta S < 0$ vilket ej är tillåtet enligt termodynamikens andra huvudsats. Det är helt enkelt otroligt osannolikt att alla atomerna skulle råka vara i en mindre volym.

3) a) Värmepump: Använd arbete för att föra värme från kallt till varmt



TD#1: $q_h = q_e + W$

TD#2: $\Delta S = \frac{q_h}{T_h} - \frac{q_e}{T_e} \geq 0 \iff \frac{T_e}{T_h} \geq \frac{q_e}{q_h}$

Värmefaktor Värme vi tillför varm reservoir

$$\eta_+ = \frac{q_h}{W} = \frac{q_h}{q_h - q_e} = \frac{1}{1 - \frac{q_e}{q_h}} \leq \frac{1}{1 - \frac{T_e}{T_h}}$$

$$\boxed{(\eta_+)_{max} = \frac{1}{1 - T_e/T_h} = \frac{T_h}{T_h - T_e}}$$

b) En värmepump tar upp värme från omgivningen och levererar denna m.h.a. arbete till en varm reservoir (tex ett hus). Ett problem är att mediet måste ha lägre temperatur än omgivningen för att kunna plocka upp värme effektivt. P.s.s. måste mediet i huset vara varmare än huset för att där avge sin värme effektivt.

Från labb: ↓ Själva värmepumpen brukar utnyttja fasövergång mellan vätska och gas

D-A En kompressor omvandlar kall gas vid lågt tryck till varm gas vid högt tryck (via en adiabatisk process utförs arbete på gasen) (70°C) (12 atm)

A-B Gasen kyls av omslutande vatten som tar upp värme så att gasen kondenserar till vätska (igen).

B-C Expansionsventil mediet passerar och får lägre tryck (och temperatur)

C-D Förångning genom att mediet omges av glykol vatten blandning från kall reservoir som avger värme för kokningen av mediet.

4) Sjö fryser till is $A = 1\,km^2 = 10^6\,m^2 = 10^8\,dm^2$

$T_e = -10°C = 263\,K$ Värme avges från "sjön" = "is och vatten" till "luften" = reservoiren.

$l = 1\,dm$ $T_i = -5°C = 268\,K$

$T_v = 0°C = 273\,K$

kg/dm³

$$m_{is} = \underbrace{A \cdot l}_{\text{volym}} \cdot \underbrace{\rho}_{\text{densitet}} = 10^8 \cdot 1 \cdot 1 = 10^8\,kg$$

a) $Q = m_{is}(L_{is} + c_{is}\,\Delta T_{is}) =$

Fasomvandlings entalpi

Värmekapacitivitet

$$= 10^8 \cdot (\underbrace{333}_{kJ} + 1{,}84 \cdot 5) = 3{,}422 \times 10^{13}\,J$$

b) Entropi förändring för sjön

$$\Delta S = -\frac{Q_{frys}}{T_{frys}} + \int_{T_{frys}}^{T_{is}} \frac{dq}{T} = m_{is}\left(\frac{-L_{is}}{T_{is}} + \int_{T_{frys}}^{T_{is}} dT\,\frac{c_{is}}{T}\right)$$

$$= m_{is}\left(-\frac{L_{is}}{T_{is}} + c_{is}\ln\left(T_{is}/T_{frys}\right)\right)$$

$$= 10^{8+3}\left(-\frac{333}{273} + 1{,}84\,\underbrace{\ln\left(\frac{268}{273}\right)}\right) =$$

negativt entropin minskar då sjön fryser

$$= -1{,}2538 \times 10^{11}\,J/K$$

c) Omgivning är reservoir vid $-10°C$:

$$\Delta S_R = \frac{Q}{T_e} = \frac{3{,}422 \times 10^{13}\,[J]}{263\,[K]} = 1{,}30114 \times 10^{11}\,J/K$$

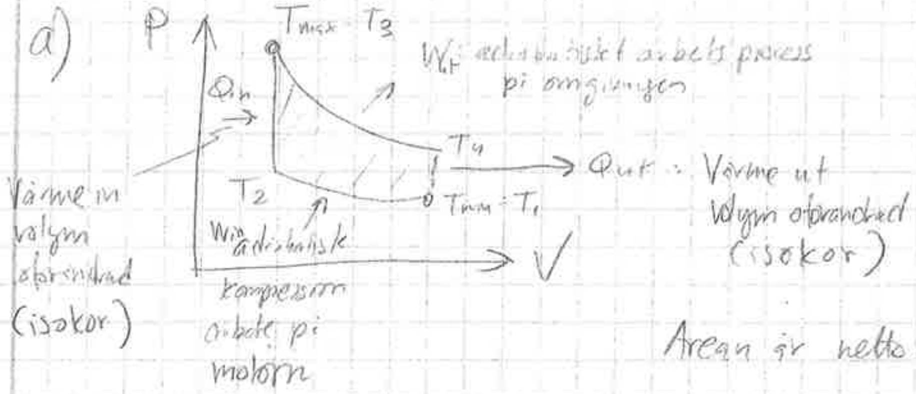
$$\Delta S_{total} = \Delta S + \Delta S_R \approx 4{,}73 \times 10^9\,J/K > 0 \;:)$$

5) Otto motorn

$T_{omg} = T_{min} = 293K$

$T_{max} = 1073\ K$

a)



$\mathcal{K} = \frac{V_1}{V_2} = 8$

Arean är netto arbetet.

b) Adiabatisk process: $VT^{f/2} = \text{konstant}$ $\begin{cases} T_1 = T_{omg} \\ T_3 = T_{max} \end{cases}$

$$T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{2/f} T_1 = 8^{2/5} \cdot 293 = 673\ K$$

$$T_4 = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{2/f} T_3 = \left(\frac{1}{8}\right)^{2/5} \cdot 1073 = 467\ K$$

c) Verkningsgraden: TD#2 $\Delta U = 0 = Q + W$

$$\eta = \frac{W}{Q_{in}} = \frac{Q_{in} + Q_{ut}}{Q_{in}} = 1 - \frac{Q_{ut}}{Q_{in}} \quad +1$$

$$= 1 - \frac{\cancel{C_V}(T_4 - T_1)}{\cancel{C_V}(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} \approx 57\% \quad +1$$

6) Kvant brunn med ekvidistanta energinivåer

$E_n = n\varepsilon$, N = kvant brunnar

U = inre energi

a) Multiplicitet för $N = 3$ = $U = 3\varepsilon$

Grafisk lösning: • = energi antal M | vägg = $N-1$

Vägg längst ut → • • • | | all energi i vänstra kvantbrunnen

• • | • | • • | | • ← ingen | längst ut

• | • • | • | | • •

| • • • | all energi i mittersta kvant brunnen

| • • | • • | • | •

| • | • •

| | • • • all energi i högra kvant brunnen

b) Generell formel för multipliciteten

$$\Omega(N,M) = \frac{(N+M-1)!}{M!\,(N-1)!}$$

Test mot a) $\frac{(3+2)!}{3!\,2!} = 10$

c) $S = k \ln \Omega = k \ln\left[(N+M-1)!/M!(N-1)!\right]$

$= k\left(\ln(N+M-1)! - \ln M! - \ln(N-1)!\right)$

Stirlings formel:

$\approx k\left((N+M-1)\ln(N+M-1) - \cancel{(N+M-1)}\right.$

$\left. - M\ln M + \cancel{M} - (N-1)\ln(N-1) + \cancel{N-1}\right)$

$= k\left((N+M-1)\ln(N+M-1) - M\ln M - (N-1)\ln(N-1)\right)$

6...)

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial S}{\partial M} = \frac{k}{\varepsilon}\frac{\partial}{\partial M}\Big((N+M-1)\ln(N+M-1) - M\ln M - \Big)$$

$$= \frac{k}{\varepsilon}\left(\ln(N+M-1) + \cancel{\frac{(N+M-1)}{(N+M-1)}} - \ln M - \cancel{\frac{M}{M}}\right)$$

$$= \frac{k}{\varepsilon}\ln\left(\frac{N+M-1}{M}\right)$$

Definition av temperatur:

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{1}{T} \Rightarrow \boxed{T = \frac{\varepsilon}{k}\frac{1}{\ln\left(\frac{N+M-1}{M}\right)}}$$

Tolkning $M \to$ större
$N \to$ större