

TENTAMEN I STATISTISK TERMODYNAMIK MED TILLÄMPNINGAR, FMFF05

2018-10-30 kl 8.00–13.00 i Gasquesalen

För full poäng krävs fullständiga lösningar. Svar anges som analytiska uttryck av storheter definierade i vardera uppgift (välkända konstanter som c och π får självklart användas) eller som numeriska värden med lämpliga enheter. *Hjälpmedel: Formelsamling, miniräknare och tips under vissa uppgifter.*

1. Besvara följande korta teorifrågor (inga uträkningar kvävs).
 - a) (1p) Förklara skillnaden mellan *värme* och *arbete*.
 - b) (1p) Vad gäller för *entropin* för ett isolerat system i *jämvikt*?
 - c) (1p) Ange två sätt att beräkna *medelenergin* för ett litet kvantmekaniskt system som är i kontakt med en *värmereservoir*.
 - d) (2p) Hur är *Plancks strålningslag*, *Wiens lag* och *Stefan Boltzmanns lag* relaterade till varandra?
2. I denna uppgift betraktar vi en ideal gas av identiska atomer.
 - a) (2p) Förklara kortfattat innebörden av *multipliciteten* för gasen, $\Omega(N, V)$, och hur denna beror på antal atomer, N , och gasens volymen, V .
 - b) (2p) Beräkna förändring av entropin, ΔS , för den ideala gasen då volymen plötsligt ökar till $V_f > V$ genom *fri expansion*.
 - c) (1p) Förklara varför det inte är möjligt att använda "fri kompression" för att återföra gasen från $V_f > V$ till sin ursprungliga volym, V .

Tips: I denna uppgift behöver du inte betrakta atomernas energier.

3. Under kursen har en laboration utförts för att studera värmepumpar.
 - a) (2p) Rita en schematisk bild och använd termodynamikens huvudsatser för att härleda den maximala värmefaktorn för en värmepump $(\eta_+)_{\max}$ som funktion av T_h och T_l .
 - b) (1p) Beskriv kortfattat hur en verklig värmepump fungerar. Ange minst ett praktiskt problem som leder till en lägre värmefaktor än den maximala, $\eta_+ < (\eta_+)_{\max}$.
4. I denna uppgift studerar vi entropiförändringen som följer av att en sjö fryser. Antag att sjön är mycket djup och att den innehåller vatten vid 0°C . Sjöns area är 1 km^2 och den är omgiven av luft med konstant temperatur -10°C .
 - a) (2p) Hur stor värmemängd, Q , avger *sjön* för att skapa ett islager som är 1 dm tjockt och ungefär -5°C kallt?
 - b) (2p) Hur mycket ändras *sjöns* entropi, ΔS , i processen?
 - c) (1p) Hur mycket ändras den *totala* entropin, ΔS_{total} ?

Tips: Antag att ingen värme flyter från det undre vattnet till islagret.

5. En Otto-motor arbetar omgiven av luft vid rumstemperaturen 20°C . Det maximala kompressionsförhållandet är 8 och processens högsta temperatur är 800°C .

- a) (1p) Beskriv kortfattat hur Otto-motorn fungerar genom att rita dess kretsprocess som ett PV -diagram och kommentera samtliga delar av processen.
- b) (1p) Bestäm temperaturen i processens fyra hörnpunkter.
- c) (2p) Beräkna verkningsgraden för processen.

Tips: Luft kan approximeras som en ideal gas av två-atomiga molekyler.

6. Med hjälp av nanoteknologi kan kvantbrunnar skapas och deras kvantmekaniska egenskaper kan studeras i detalj. Antag att varje kvantbrunn som skapas har ekvidistanta energinivåer,

$$E_n = n\epsilon,$$

där ϵ är en konstant och $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ beskriver kvantbrunnens kvantmekaniska nivåer. Den inre energin för det totala systemet av N kvantbrunnar betecknas med U .

- a) (2p) Identifiera alla mikrotillstånd för ett system med tre kvantbrunnar, $N = 3$, och tre energikvanta, $U = 3\epsilon$.
- b) (1p) Bestäm ett generellt uttryck för multipliciteten för fallet med N kvantbrunnar och inre energi $U = M\epsilon$, där $M = 0, 1, 2, 3, \dots$
- c) (2p) Givet att både N och M är stora tal, bestäm temperaturen, $T(N, M)$, för systemet. Kommentera om ditt svar verkar rimligt.

Tips: Antal sätt man kan lägga r russinkakor i b burkar är

$$s = \frac{(r + b - 1)!}{r!(b - 1)!}.$$

Lycka till!
/ Marcus Dahlström