

Projekt S: Kvantprickar (Sven Åberg)

En kvantprick uppvisar skalstruktur, dvs egenskaperna, t ex energin, varierar på ett oregelbundet sätt med antalet elektroner som finns i kvantpricken. Dessa oregelbundenheter utgör unika effekter från kvantmekaniken. Ni skall i detta projektet studera skalstrukturen hos en kvantprick.

Kvantpricken har en höjd som är mycket mindre än dess radie. Vi kan därför studera en 2D modell av kvantpricken. Sätt upp en enkel kvantmekanisk modell av en cirkulär kvantprick med radien R (välj själv ett lämpligt värde på R). Studera två fall, nämligen a) en cirkulär 2D H.O. och b) en cirkulär billiard. Potentiella energin för de två fallen är:

$$V_a = 1/2 m\omega^2 r^2 \quad V_b = \begin{cases} 0, & r < R \\ \infty, & r > R \end{cases}$$

Lös S.E. för de två modellerna och beräkna energin (enpartikelenergi) för grundtillståndet såväl för (flera) exciterade tillstånd. Konstruera ett enpartikeldiagram: Rita de 10-20 lägsta energinivåerna i resp. fall som horisontella linjer (1-2 cm långa) med energivärdet på y-axeln.

Fyll nu kvantpricken med N elektroner i de lägsta energitillstånden och beräkna hur systemets totala energi, $E(N)$, varierar med N . Tänk på att vissa tillstånd kan vara degenererade (dvs kan rymma flera elektroner). Då vi försummar växelverkan mellan elektronerna kan vi skriva den totala energin som summan av de N enpartikelenergi som vi besatt med elektronerna. Notera att elektronen har ett inre spinn $s=1/2$, dvs den är en Fermion och följer således Pauliprincipen. Eftersom spinnets kan anta två värden i varje kvanttillstånd (spinn upp och spinn ner), kan varje beräknat tillstånd besättas med två elektroner. Kan ni beräkna $E(N)$ från $N=0$ upp till $N \approx 1000$ för de två modellerna?

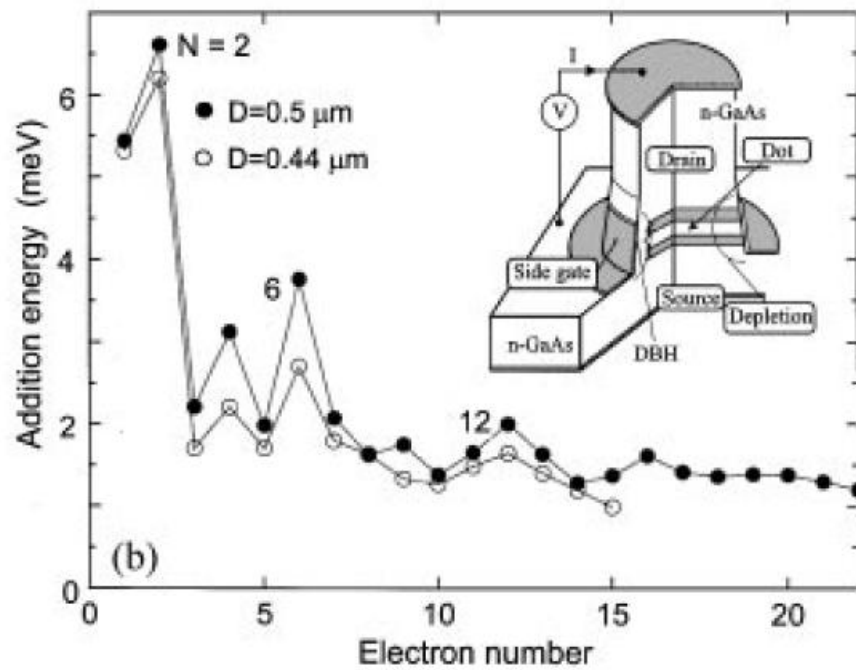
För att bättre kunna se skalstrukturen hos harmoniska oscillatorn resp. hos billiarden, kan man passa en mjuk funktion (t ex. ett polynom med lågt gradtal) till $E(N)$, som vi kan kalla $\tilde{E}(N)$. Differensen mellan de två funktionerna, $E_{shell}(N) = E(N) - \tilde{E}(N)$, kan kallas skalenergin. Studera skalenergin för de två modellerna och rita upp den som funktion av elektronantalet, N . Jämför minima av funktionen $E_{shell}(N)$ med hur enpartikelenergierna fylls för olika N (enpartikeldiagrammet). Gör detta för de två modellerna. Hur skiljer sig de två modellerna? Notera att medan H.O. potentialen har en rand som är mjuk, så är billiardens rand skarp, dvs potentiella energin ändras abrupt vid kvantprickens rand.

Experimentellt kan man via elektrontransport genom kvantpricken extrahera den s.k. additionsenergin:

$$\Delta_2(N) = E(N + 1) - 2E(N) + E(N - 1)$$

Beräkna additionsenergin för de två modellerna för partikelantal mellan 2-40 och rita upp hur additionsenergin beror på partikelantalet.

1996 gjordes en mätning av additionsenergin i en kvantprick av Tarucha (Tarucha et al, Phys. Rev.Lett. 77, 3613 (1996)) med nedanstående resultat:



Jämför era beräkningarna med de två modellerna med Taruchas experimentella data.