Deltentamen i kvantformalism, atom och kärnfysik med tillämpningar för F3

18 augusti 2011 kl 8 - 12

Hjälpmedel: Kursens officiella formelblad och miniräknare.

Poäng: Varje uppgift ger maximalt 6 poäng. För godkänt krävs minst 15 poäng av totalt 30. Lösningarna ska vara läsbara, klart uppställda och välmotiverade.

Lap.

5

1 a. Visa att två egenfunktioner (med olika egenvärden) till en Hermitesk operator är ortogonala.

b. Betrakta operatorn p_x^2. Uttryck den som en differentialoperator och visa att denna operator är Hermitesk. Du måste anta att de naturliga randvillkoren gäller för $x = \pm\infty$.

5

2 Man preparerar ett kvanttillstånd för en elektron som befinner sig i en oändlig brunn med bredden a.. Låt oss anta att man vet att vågfunktionen vid en viss tidpunkt ges av

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a/2 \\ C, & a/2 < x < a \end{cases}.$$

Bestäm konstanten C så att vågfunktionen blir normerad. Man mäter partikelns energi vid denna tidpunkt. Bestäm sannolikheten för att man ska få ett energivärde som svarar mot första exciterade tillståndet.

7

3 a Rörelsemängdsmomentets z-komponent ges av $L_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}$. Härled egenfunktioner och egenvärden till denna operator.

b Beräkna kommutatorn $[L_x, L_y]$.

7

4 En partikel beskrivs av vågfunktionen

$$\phi(\vec{r}) = Cf(r)\cdot\left(\frac{r+y+z}{r}\right)$$

Där C är en normeringskonstant. Den radiella vågfunktionen är normerad enligt

$$\int_0^\infty |f(r)|^2 r^2 dr = 1.$$

Man mäter rörelsemängdsmomentets z-komponent. Vilka värden kan man då få? Bestäm motsvarande sannolikheter.

5 En elektron med massan m befinner sig i en endimensionell kvantbrunn

$$V(x) = 0, \quad 0 < x < a, \quad V(x) = \infty \text{ för alla andra } x.$$

6

I brunnens mitt finns en positiv laddning. Dess påverkan på elektronen kan modelleras med en deltapotential:

$$V_1(x) = -\epsilon\delta(x - \tfrac{a}{2})$$

a Bestäm med första ordningens störningsteori energiskiften för de tre lägsta tillstånden.

b Använd metoden ”ändliga underrum” för att bestämma approximativa energivärden för de tre lägsta tillstånden. Använd endast tre basfunktioner.