Inlämningsuppgift 3 i Beräkningsverktyg

Uppgift 1: Boll med luftmotstånd

Beräkna banan för en boll som påverkas av två krafter, gravitation och luftmotstånd. Ställ upp differentialekvationer i kartesiska koordinater (x,y) och lös dem med hjälp av MATLABs ODE-funktioner. Krafterna som verkar på bollen defineras på följande sätt. Gravitationen verkar i vertikal-led och definieras som

$$\overline{F}_{grav} = -mg\overline{e_y}.$$

Luftmotståndet är proportionellt mot farten i kvadrat och verkar i rakt motsatt riktning till hastigheten,

$$\overline{F}_{luft} = -cv^2 \frac{\overline{v}}{|v|} = -c\,|v|\,\overline{v}.$$

Plotta banan och undersök vid vilken utgångsvinkel som bollen kommer längst för en utgångsfart på $10\,m/s$. Använd följande parametrar, $m = 1\,kg$, $c = 0.05\,kg/m$ och $g = 9.81\,m/s^2$ Hur väl stämmer dina förväntningar med resultaten?

Uppgift 2: Driven Duffingoscillator

En driven duffingoscillator definieras som $x = x(t)$

$$\ddot{x} + c\dot{x} + x^3 = Asin(t).$$

Denna oscillator kan tex användas för att modellera en skyskrapa som skakas av en jordbävning. x är då den horisontella förskjutningen mellan tak och källare. Marken som rör sig är då den harmoniska drivningen. Oscillatorn kan också användas för att modellera svängningar i nanowhiskers.

Beräkna med hjälp av MATLAB lösningar till Duffingoscillatorn. Använd parametern $c = 0.05$ och variera A mellan $0 < A < 8$. Plotta svängningen $x(t)$ som funktion av tiden och dess bana i fasrymden, $x(t)$ mot $\dot{x}(t)$. Bestäm det A-värde då systemet går från enperiodiskt till dubbelperiodiskt i fasdiagrammet. Med dubbelperiodiskt menas då funktionen i fasdiagrammet behöver gå två varv runt origo innan banan sluts. Tänk på att systemet har en viss insvängningstid innan stabilitet uppnås. För höga A blir svängningen kaotisk, dvs funktionen i fasdiagrammet sluts aldrig. Vill du lära dig mer om kaosteori kan du läsa kursen "KAOS inom Naturvetenskap coh Teknik".